République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université 8 Mai 1945 Guelma

Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Civil & Hydraulique

THÈSE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE DOCTORAT EN SCIENCE

Filière : Génie Civil

Présentée par

DADOUCHE FATIMA Epouse ZEROUAL

Intitulée

Stabilité probabiliste des talus vis-à-vis du glissement

Soutenue le : 29 février 2024

Devant le Jury composé de :

Mr Belachia Mouloud	**Professeur**	**Univ. de Guelma**	**Président**
Mr Belabed Lazhar	**Professeur**	**Univ. de Guelma**	**Rapporteur**
Mr Meksaouine Mohamed	**Professeur**	**Univ. d'Annaba**	**Examinateur**
Mme Rehab Bekkouche Souhila	**Professeur**	**Univ. de Skikda**	**Examinateur**
Mlle Benamara fatima zohra	**MCA**	**Univ. de Guelma**	**Examinateur**
Mme Boukhatem Ghania	**MCA**	**Univ. d'Annaba**	**Examinateur**

Année Universitaire : 2023 - 2024

DEDICACES

Je dédie ce travail à feu mes parents, mes frères et sœurs, ma belle-famille, mon mari, mes filles, leurs maris, leurs enfants, mon fils, mes collègues de travail de l'université de Jijel et l'université de Guelma ainsi que ceux de ma promo (2005) et a tous ceux qui m'ont soutenu dans mon travail.

REMERCIEMMENTS

Je remercie tout d'abord ALLAH le tout puissant qui m'a donné santé et courage après toutes ces années pour achever ce travail qui j'espère ouvrira beaucoup de perspectives aux étudiants Pour avancer dans cet axe de recherche.

Je remercie mon Directeur de thèse ; Professeur BELABED LAZHAR pour son soutient indéfectible et ces orientations durant toutes ces années, les membres de jury qui ont répondus favorablement à notre invitation, mes collègues enseignants de l'université de Guelma et membres du laboratoire LGCH, mes collègues enseignants de l'université de Jijel des département de Génie-Civil et Géologie, mes amies de promotion de magistère et de Doctorat chacune par son nom et je cite particulièrement Fatima et Sonia, les responsables de la poste graduation de Guelma des années 90 particulièrement Mr LAISSAOUI pour les facilités qu' ils m'ont toujours assurer dans les problèmes administratifs.

Je remercie également mon mari qui a toujours été à mes côtés dans tous les travaux que j'entretenais, mes filles Sara, Sabrina, Imane, leur mari et mon fils Yacine sans oublier mes petites filles chéries Ayah Yamina, Rym et Maria.

Je remercie enfin mes amis(es) et tous ceux qui m'ont encouragé à finaliser ce travail.

SOMMAIRE

Table des matières	I
Dédicace	II
Remerciement	III
Liste des figures et courbes	IV
Liste des tableaux	V
Listes des abréviations et symboles	VI
Résumé	VII
Abstract	VIII
الملخــــــــص	IX
Introduction générale	1
Préambule	2
Chapitre1 : calcul a la rupture et méthode cinématique	3
1.1 Introduction	4
1.2 Chargement limite d'un système	4
1.3 Définition et objectif de l'analyse limite	5
1.4 Principe du calcul a la rupture	6
1.5 Approche statique par l'intérieur	7
1.5.1 Chargement potentiellement supportable par le système	7
1.5.2 Position du problème de calcul à la rupture	7
1.5.3 Chargement potentiellement supportable et chargement extrême	8
1.5.4 Pertinence du résultat obtenu	8
1.5.5 Approche par l'intérieur	9
1.5.6 Approche statique par l'extérieur	10
1.6 Enoncé fondamental de l'approche cinématique	10
1.7 Historique et actualité du calcul à la rupture	10
1.7.1 Le calcul à la rupture des ouvrages et des structures du génie civil	11
1.8 Notions de plasticité des sols utilisés dans les méthodes d'études de la stabilité	12
1.8.1 Critère d'écoulement et surface de charge	12
1.8.2 Plasticité parfaite	13
1.8.3 Règles de normalités	13
1.8.4 Principe de travail maximal de Hill 1950	14
1.9 Méthode de l'analyse limite	14
1.9.1 Conditions d'application	14
1.9.2 Méthode cinématique des solides de rupture rigide et de la sécurité minimale	16
1.10 Conclusion	16
Chapitre 2 : Rappel de probabilité	17
1. Introduction	18
2. Rappel de la théorie de probabilité	18
2.1.Variable déterministe	18
2.2 Variable aléatoire	18

2.3 Fonction de répartition 19
2.4 Densité de probabilité 19
2.5 Espérance mathématique et moment 19
2.6 Le moment 19
2.7 Variance et écart type 19
2.8 Variable aléatoire réduite 19
2.9 Cœfficient de variation 20
3. Fonction de distribution de la densité de probabilité 20
3.1.Lois de distribution de probabilité 21
3.2. Distribution normale ou de « Gauss » 22
3.3. Distribution Log – normal 22
3.4. Distribution gamma 22
Distribution exponentielle 23
3.5 Distribution « t » de *Student* 23
3.6 Distributions de valeurs extrêmes 23
3.6.1 Type I (Distribution de Gumbel) 23
3.6.2 Type II (Distribution de Fréchet) 24
3.6.3. Type III (Distribution de Weibull) 24
4. Conclusion 25
Chapitre 3 : Etude probabiliste et fiabiliste 26
1. Introduction 27
2. Historique de l'approche probabiliste en génie- civil 27
3. Cas particulier de la mécanique des sols 28
4. Evolution des méthodes probabilistes en Génie-civil 29
5. Méthode pratique de calcul probabiliste 31
5.1.Méthode classique 32
5.2.Méthode analytique directe 32
5.3.Equation d'état limite linéaire avec plusieurs variables 33
5.4.Détermination des facteurs de sécurité partiels 35
6. Calcul de la fiabilité. Cas élémentaire R-S 36
7. Fonction de performance et surface d'état limite 37
8. Indice de fiabilité 37
8.1. Indice de Cornell 37
8.2. Indice de Hasofer-Lind 38
9. Probabilité de ruine 38
10. Théorie de la fiabilité du 1ier ordre 40
10.1. La méthode FORM 40
11. Indice de sécurité et fonction de probabilité de rupture 42
12. Equation d'état limite linéaire avec plusieurs variables 44
13. Détermination des facteurs de sécurité partiels 46
13.1. Vérification de la fiabilité : 46
13.2. Calcul probabiliste 47
13.3. Méthode F.O.S.M (First Order Second Moment) 49
14. Hypothèses et paramètres de calcul 50

15. Conclusion 52
Chapitre 4 : Méthode s classiques 53
1. Introduction 54
2. Facteurs aggravants 55
3. Méthodes classiques 55
4. Méthodes utilisées dans le logiciel geo-slope 56
4.1.Méthode simplifiée de Bishop 56
4.1.1. Principe de résolution 56
4.1.2. Résultat 57
4.2.Méthode de fellenius 57
4.2.1. Principe de résolution 58
4.2.2. Résultats 58
4.3.Méthode suédoise de Jumbu 58
4.3.1. Principe de résolution 58
4.3.2. Résultats 59
4.4.Back analyse- inverse 59
4.4.1. Principe de résolution 59
5. Calcul de la stabilité par le logiciel Geo-slope 61
6. Conclusion 62
Chapitre 5 : Modèle mécanique et stochastique, étude paramétrique 63
1. Introduction 64
1.1.Hypothèse de calcul 64
1.2. Organigramme du programme Delphi 66
1.3. Types de mécanismes 67
1.3.1. Mécanisme à 1 solide 67
1.3.2. Analyse de l'équation 68
1.3.3. Méthode déterministe : Résultats des cœfficients de sécurité Fs 68
1.3.4. Exemple de cercle de rupture du mécanisme 1 69
1.3.5. Modèle stochastique 70
1.3.6. Discussion 71
1.4. Mécanisme à deux solides (solide 1 : triangle isocèle) « 2STI » 71
1.4.1. Résultats 75
1.4.2. Analyse des résultats 76
1.4.3. Modèle mécanique retenu 76
1.4.4. Mécanisme de ruine du modèle 2 « 2STI » 76
1.4.5. Méthodes déterministe : Résultats des coefficients Fs 77
1.4.6. Exemple de cercle de rupture du mécanisme 2 « 2STI » 78
1.4.7. Modèle stochastique 78
1.4.8. Discussion 80
1.5. Mécanisme à deux solides. Solide 1 : triangle rectangle « 2STR » 80
1.5.1. Résultats 83
1.5.2. Analyse des résultats 83
1.5.3. Modèle mécanique retenu 84
1.5.4. Mécanisme de ruine du modèle 3 « 2STR » 85

1.5.5. Méthodes déterministe : Résultats des coefficients Fs 85
1.5.6. Exemple de cercle de rupture pour le mécanisme 3 modèle 3 85
1.5.7. Modèle stochastique 85
1.5.8. Discussion 87
1.6. Mécanisme à 3 solides. (1 triangle isocèle) « 3STI » (Cercle profond) 87
1.6.1. Description du mécanisme 87
1.6.2. Résultats 92
1.6.3. Analyse des résultats 92
1.6.4. Modèle mécanique retenu 92
1.6.5. Mécanisme de ruine du modèle 4 93
1.6.6. Méthode déterministe : Résultats des coefficients de sécurité Fs 93
1.6.7. Exemple de cercle de rupture du modèle 4. 93
1.6.8. Modèle stochastique 94
1.6.9. Discussion 96
1.7. Mécanisme à trois solides solide 1 triangle rectangle »3STR » 96
1.7.1. Description du mécanisme 96
1.7.2. Résultats 100
1.7.3. Analyse des résultats 100
1.7.4. Modèle mécanique retenu 101
1.7.5. Mécanisme de ruine du modèle 5 101
1.7.6. Méthode déterministe : Résultats des coefficients de sécurité Fs 102
1.7.7. Exemple de cercle de rupture du modèle 5 102
1.7.8. Modèle stochastique 103
1.7.9. Discussion 103
1.8. Mécanisme trois solides 1 triangle isocèle ½ chargé « 3S1/2TI » 104
1.8.1. Description du mécanisme 104
1.8.2. Résultats 107
1.8.3. Analyse des résultats 108
1.8.4. Modèle mécanique retenu 108
1.8.5. Mécanisme de ruine du modèle 6 108
1.8.6. Méthode déterministe : Résultats des coefficients de sécurité Fs 109
1.8.7. Exemple de cercle de rupture du modèle 5 109
1.8.8. Modèle stochastique 110
1.8.9. Discussion 111
1.9. Interprétation générale 112
1.10. Conclusion 113
Conclusion générale 114
Perspectives 115
Références 116

Figure 1.1 : Domaine K : Chargement limite 5
Figure 1.2 : Domaine K : Chargement potentiellement supportable « Chargement extrême » 9
Figure 1.3 : Approche statique par l'intérieur 10
Figure 1.4 : Poutre console de « Galilée » 11
Figure 1.5 : Surface de charge et règle de normalité 13
Figure 1.6 : Diagramme de contrainte – déformation pour les sols 14
Figure 1.7 : Domaine d'élasticité unidimensionnel 15
Figure 2.1 : Distribution exponentielle 23
Figure 3.1: Distribution de la marge de sécurité M= R - S 36
Figure3.2 : Densité de probabilité conjointe et surface d'état limite de 02 variables R 39
Figure 3.3 : Représentation de l'équation de l'état limite et des densités de distribution dans le système d'axe originel 40
Figure 3.4 : Indice de sécurité et valeurs de calculs dans le système de coordonnées standardisées 42
Figure 3.5 : Organigramme du calcul de Pf 48
Figure 3.6 : Critères de rupture (R, S) 49
Figure 3.7: Critère de rupture en (V.A.R) (t1, t2) 49
Figure 4.1 : Algorithme de calcul de Fs 61
Figure 5.1 : Organigramme du programme delphi 66
Figure 5.2 : Mécanisme 1 à 1 seul solide (Modèle 1) 67
Figure 5.3 : Cercle de rupture. (Modèle 1) 69
Figure 5.4: Mécanisme 2. 2 solides (Modèle 2) 72
Figure 5.5 : Solide 1 isolé 72
Figure 5.6 : Solides 2 isolé 73
Figure 5.7 : Mécanisme de ruine du modèle 2 77
Figure 5.8 : Cercle de rupture (Modèle 2) 78
Figure 5.9 : Mécanisme 3 , modèle 3 80
Figure 5.10 : Solide 1 isolé 81
Figure 5.11 : Solide 2 isolé 82
Figure 5.12 : Mécanisme de ruine du Mécanisme 3, modèle 3. 84
Figure 5.13 : Cercle de rupture (Modèle 3) 85
Figure 5.14 : Mécanisme à 3solides (Modèle 3) 88
Figure 5.15: Solide 1 isolé 89
Figure 5.16 : Solide3 isolé 89
Figure 5.17 : Solide 2 isolé 90
Figure 5.18 : Mécanisme de ruine du mécanisme 4. Modèle 93
Figure 5.19 : Cercle de rupture (Modèle 4) 94
Figure 5.20 : Mécanisme à 3 solides, Modèle 5 96
Figure 5.21 : Solide 1 isolé 97
Figure 5.22 : Solide3 isolé 97
Figure 5.23 : Solide 2 isolé 98
Figure 5.24 : Mécanisme de ruine. Modèle 5 101
Figure 5.25 : Cercle de rupture Modèle 5. 102

Figure 5.26 : Mécanisme à 3 solides. Modèle 6 104
Figure 5.27: Solide 1 isolé 104
Figure 5.28 : Solide3 isolé 105
Figure 5.29 : Solide 2 isolé 106
Figure 5.30 : Mécanisme de ruine. Modèle 6 109
Figure 5.31 : Cercle de rupture Modèle 6. 110

Liste des Courbes

Courbe 5.1 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 70
Courbe 5.2 : Variation de β et Fs en fonction de (φ’,C’) 70
Courbe 5.3 : Variation de Θ_2 en fonction de q. 76
Courbe 5.4 : Variation de Pf en fonction de (φ’,C’) 79
Courbe 5.5 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 79
Courbe 5.6 : Variation de Fs et β en fonction de (φ’,C’) 79
Courbe 5.7 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 86
Courbe 5.8 : Variation de de Pf en fonction de (φ’,C’) 86
Courbe 5.9 : Variation de Fs et β en fonction de (φ’,C’) 87
Courbe 5.10 : Variation de Pf en fonction de (φ’,C’) 95
Courbe 5.11 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 95
Courbe 5.12 : Variation de β et Fs en fonction de (φ’,C’) 95
Courbe 5.13 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 102
Courbe 5.14 : Variation de Pf en fonction de (φ’,C’) 103
Courbe 5.15 : Variation de β et Fs en fonction de (φ’,C’) 103
Courbe 5.16 : Variation de Pf en fonction de (φ’,C’) 110
Courbe 5.17 : Variation de β en fonction de (φ’,C’) 111
Courbe 5.18: Variation de Fs et β en fonction de (φ’,C’) 111
111

Tableau 3.1 : Evolution des méthodes probabilistes en génie civil 31

Tableau 3.2 : Valeurs des couples(φ' , C') 51

Tableau 3.3 : Paramètres déterministes 51

Tableau 3.4 : Variables aléatoires 51

Tableau 5.1 : Valeurs de (φ',C') 65

Tableau 5.2 : Paramètre déterministe 65

Tableau 5.3 : Paramètres aléatoires 65

Tableau 5.4 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 68

Tableau 5.5 : Valeur de β et Pf 70

Tableau 5.6 : Valeur de q en fonction de (φ',C',B, Θ_1 et Θ_2) 75

Tableau 5.7 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 77

Tableau 5.8 : Valeur de β et Pf 78

Tableau 5.9 : Valeur de q en fonction de (φ',C',B, Θ_1 et Θ_2) 83

Tableau 5.10 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 84

Tableau 5.11 : Valeur de β et Pf 86

Tableau 5.12 : Valeur de q en fonction de (φ',C',B, Θ_1 et Θ_2) 92

Tableau5.13 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 93

Tableau 5.14 : Valeur de β et Pf 94

Tableau 5.15 : Valeur de q en fonction de (φ',C',B, Θ_1 et Θ_2) 100

Tableau 5.16 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 101

Tableau5.17 : Valeur de β et Pf 102

Tableau5.18 : Valeur de q en fonction de (φ',C',B, θ_1 , θ_2 et θ_3) 108

Tableau 5.19 : Valeur de Fs en fonction de (φ',C') 109

Tableau 5.20 : Valeur de β et Pf 110

Abreviations et symboles

- β' : Inclinaison du talus égale à 45°.
- H : Hauteur du talus égale à 5m.
- γ : Poids volumique du sol égal à 19kN/ m3.
- θ_1 : Inclinaison du solide 1 par rapport à l'horizontal.
- φ' : Angle de frottement interne effectif du sol.
- c' : Cohésion effective du sol.
- C'_i : Cohésion effective développée le long des surfaces de glissement.
- l_i : Longueur de glissement des différents solides.
- q : Sur charge appliquée à la surface du talus.
- P : Surcharge appliquée à la surface du talus par mètre linéaire
- B : Largeur de la surcharge.
- Wi : poids propre de chaque solide rigide.
- E : Module de young
- FORM: First-Order Reliability Method
- Fs : Coefficient de sécurité
- Kp : Coefficient de la poussée des terres
- Nc : Facteur de portance du sol dû à la cohésion
- Nγ : Facteur de portance du sol dû à la densité
- Pf : Fonction de probabilité de rupture
- R : forces de la résistance mobilisable
- S : Solicitations
- β : Indice de sécurité (de fiabilité)

Résumé :

L'objectif de ce travail est de contribuer à l'étude du comportement mécanique des talus à savoir l'étude de leur stabilité par l'application de deux approches de sécurité touchant deux aspects fondamentaux du problème.

D'une part la nouvelle approche probabiliste qui consiste à évaluer la probabilité de rupture de ces talus sur la base de la méthode cinématique des solides rigides (découpage du massif susceptible de glisser en blocs rigides) , cette méthode nous permet le développement de nouveaux modèles mécaniques de rupture, donc une nouvelle formulation des équations d'équilibre dans le but de mobiliser toutes les forces internes et externes agissants dans le massif et nous permet l'établissement de l'équation d'équilibre limite du massif R-S=0 et son introduction par la suite dans un logiciel des fonctions probabilistes intitulé « ZUVAN » basé sur la théorie de fiabilité du 1'ére ordre développé à l'université de WEIMAR en Allemagne pour aboutir aux valeurs de l'indice de sécurité β et les fonctions de probabilité Pf.

La méthode probabiliste adoptée est la méthode FORM, les variables aléatoires prises en compte sont les paramètres de cisaillement effectifs du sol, la surcharge et le poids volumique γ.

La répartition des valeurs de la cohésion et de l'angle de frottement est représentée par la loi de distribution log-normale, la surcharge est représentée par la loi extrême et le poids volumique par la loi de distribution normale.

Et d'autre part, l'approche déterministe conventionnelle par l'application d'un facteur de sécurité global déterminé par expérience sur modèle réduit ou sur constatation sur des ouvrages réels en utilisant le logiciel géoslope qui nous permet d'avoir le coefficient de sécurité Fs à l'aide des méthodes connues (Bishop, Fellenius)

Six modèles ont été projetés, et étudiés à l'état limite par la variation, d'une part du nombre et de la forme géométrique des solides constituant le talus et d'autres part, la variation des caractéristiques intrinsèques du massif (l'angle de frottement interne φ 'et la cohésion c').

Après affinage des modèles critiques,
Le calcul de l'indice de fiabilité et la probabilité de ruine des talus et, le calcul du coefficient de sécurité F_s a permis de mettre en évidence la concordance des méthodes (Classiques et probabiliste).

Mots clés
Glissement, cinématique, coefficient de fiabilité, probabilité de ruine, coefficient de sécurité, modèle mécanique, stochastique.

Abstract:

The objective of this work is to contribute to the study of the mechanical behavior of slopes, namely the study of their stability by the apples two approaches of safety touching two fundamental aspects of the problem

On the one hand the new probabilistic approach which consists in evaluating the probability of rupture of these slopes on the basis of the kinematic method of the rigid solids (cutting of the mass likely to slip in rigid blocks), this method allows us the development of new mechanical models of rupture and failure, there is a new formulation of equilibrium equations in order to mobilize all the internal and external forces acting in the massif and allows us to establish the equilibrium equation limited to the massif R-S=0 and its introduction thereafter in a software of the probabilistic functions entitled "ZUVAN" based on the theory of reliability of the 1st order developed at the university of WEIMAR in Germany to lead to the values of the index of safety β and the functions of probability Pf.

The method probabilistic adopted is the FORM method, the random variables taken into account are the effective shear parameters of the soil, the surcharge and the volume weight γ.

The distribution of the values of cohesion and friction angle is represented by the log-normal distribution law, the surcharge is represented by the extreme law and the volume weight by the normal distribution law

And on the other hand, the conventional deterministic approach by the application of a global safety factor determined by experiment on a reduced model or on real structures by using the geoslope software which allows us to have the safety coefficient Fs using the known methods (Bishop, Fellenius)

Six models were projected and studied at the limit state by the variation of the number and geometrical shape of the solids constituting of the slope on the one hand and the variation of the intrinsic characteristics of the massif on the other hand (the angle of internal friction 'and the cohesion c').

After refining the critical models, the calculation of the index of reliability and the probability of ruin of the slopes and the calculation of the coefficient of safety Fs made it possible to highlight the concordance of the methods (Classical and probabilistic).

Keywords

Landslide, kinematic, coefficient of reliability, safety factor, probability of failure, mechanical model, stochastic.

الملخص:

الهدف من هذا العمل هو المساهمة في دراسة السلوك الميكانيكي للانزلاقات، أي دراسة ثباتها من خلال مقاربتين للسلامة تلامسان جانبين أساسيين من المشكلة.
من ناحية أخرى، فإن النهج الاحتمالي الجديد الذي يتمثل في تقييم احتمالية انزلاق هذه المنحدرات على أساس الطريقة الحركية للمواد الصلبة (تقسيم الكتلة المحتمل انزلاقها الى كتل صلبة) ، تتيح لنا هذه الطريقة تطوير نماذج ميكانيكية جديدة للانزلاق ، تسمح لنا هذه الطريقة بتطوير نماذج ميكانيكية جديدة للانهيار ، وبالتالي صياغة جديدة لمعادلات التوازن من أجل تعبئة جميع القوى الداخلية والخارجية التي تعمل في الكتلة الصخرية وتسمح لنا بإنشاء معادلة التوازن الأدنى للكتلة و معالجتها في برنامج طور بجامعة "ويمار" بألمانية يسمح بالوصول الى مؤشر أمان "بيتا" و والمتغيرات العشوائية "ب ف "
الطريقة المستعملة هي طريقة "فورم" والمتغيرات العشوائية المأخوذة بعين الاعتبار هي بارامترات القطع الحقيقية للتربة والحمولة الزائدة والكثافة الحجمية.
يتم تمثيل توزيع قيم التماسك وزاوية الاحتكاك بواسطة قانون التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي، ويتم تمثيل التكلفة الإضافية بالقانون المتطرف ووزن الحجم بقانون التوزيع العادي
ومن ناحية أخرى، فإن المنهج الحتمي التقليدي من خلال تطبيق عامل أمان عالمي محدد بالتجربة على نموذج مصغر أو ملاحظات على هياكل حقيقية باستخدام الطرق المعروفة (فيلنيوس. بيشوب وسبنسر)

تم عرض ستة نماذج ودراستها في الحالة القصوى من خلال اختلاف العدد والشكل الهندسي للمواد الصلبة التي تشكل المنحدر من جهة وتغير الخصائص الجوهرية للكتلة من جهة أخرى (زاوية الاحتكاك الداخلي " والتماسك ج ').
بعد صقل النماذج الحرجة،
حساب مؤشر النجاعة والاحتمالات لانزلاق المنحدر وحساب مؤشر الامان إبراز توافق الطرق (الكلاسيكية والاحتمالية).

الكلمات المفتاحية: انزلاق، كينماتى، معامل النجاعة، احتمال الانهيار، معامل الأمان، نموذج ميكانيكي، العشوائية.

1. INTRODUCTION GENERALE

Traditionnellement, l'étude du sol, l'analyse et le dimensionnement des ouvrages en géotechnique sont basés sur des approches déterministes. Pendant des décennies, les études de stabilité ont été réalisés par des méthodes déterministes classiques basées sur les lois de comportement du sol sans tenir compte de la variabilité des paramètres [1] tels que les caractéristiques intrinsèques ou mécaniques, le poids en vrac, ainsi que d'autres paramètres physiques du sol [2].Les approches, les aléas et incertitudes des différents paramètres (caractéristiques du sol, chargement, etc…) sont donc pris en compte de manière simplifiée sous la forme d'un facteur de sécurité global.
Ce facteur est souvent appelé facteur d'ignorance car il représente notre ignorance des incertitudes des différents paramètres. En plus de cela l'approche déterministe a été largement critiqué pour la précision des paramètres du sol utilisés dans la conception et pour le facteur de sécurité déterminé arbitrairement en considérant un seul cercle de défaillance délimitant la masse instable comme un solide unique [3]. En effet, ce travail traite de la probabilité de rupture d'un talus de 30 m de haut en utilisant à la fois des techniques traditionnelles et probabilistes. La pente est composée de marne recouverte d'une couche d'argile plastique et les propriétés de résistance au cisaillement du sol. Le facteur de sécurité basé sur les méthodes déterministes du cas le plus défavorable nécessite une solution de renforcement couteuse, cependant une étude probabiliste basée sur une loi de variation des paramètres géotechniques peut contribuer de manière significative à une solution économique. [4] L'introduction de la méthode cinématique à ce type de problèmes sur plusieurs ouvrages a permis d'adopter une subdivision du sol en plusieurs solides mettant en évidence les forces inter-solides et leur influence les unes sur les autres [5] en utilisant différents modèles de rupture et le modèle classique. C'est le cas par exemple de l'étude de la détermination de la longueur d'ancrage en utilisant différents modèles de rupture proposés qui s'avèrent être des outils utiles pour obtenir des longueurs d'ancrage stables et plus courtes et aussi le cas d'une autre étude de stabilité des murs de soutènement ancrés soumis à différentes actions sismiques afin d'obtenir les longueurs d'ancrage minimales. L'effet des forces internes développé pendant la rupture peut être pris en considération en utilisant un modèle de rupture lié au modèle de Kranz, basé sur la méthode cinématique des solides rigides. [6] Une autre application de la même méthode concerne les fondations peu profondes, son objectif principal est la détermination des facteurs de capacités portantes Nc, N_γ et le coefficient de pression passive du sol Kp des fondations. Dans ce contexte deux modèles mécaniques ont été proposés via l'environnement Mathcad, appliqués pour vérifier la validité des deux modèles précédents. La méthodes cinématique des solides rigides donne des résultats très proches et comparables à ceux de Caquot / Kerisel pour les modèles à cinq et sept solides [7]. Des utilisations de la méthode de Monté Carlo sous forme de résolution mathématique ont été réalisé dans d'autres domaines tels que les énergies renouvelables, cette étude a examiné l'effet de l'hydrogène sur la réduction de la surface en fonction du temps de stockage d'un fil d'acier à haute teneur en carbone Mn en béton précontraint dans le contexte de la fragilisation de l'acier par l'hydrogène. [8]. Une autre étude à apporter des éléments de compréhension sur la variabilité spatiale et temporelle des paramètres d'entrée et de sortie dans la production d'électricité à partir d'un système hybride solaire /éolien. [9] Pour tenir compte des aléas et incertitudes inhérents aux différents paramètres, la théorie de la fiabilité est actuellement de plus en plus utilisée en géotechnique. Ceci est devenu possible grâce aux avancées importantes au niveau de la quantification des incertitudes des paramètres du sol. Plusieurs méthodes de fiabilité existent et sont utilisées depuis des dizaines d'années. Le travail de notre thèse concerne l'utilisation de la méthode

fiabiliste FOR, basée sur l'indice de sécurité β, la fonction de probabilité Pf et plusieurs fonctions de distributions de probabilité octroyées à chaque paramètre choisi selon sa nature de variation dans le sol, telles que la fonction log normale, extrême, exponentielle, gamma etc .En effet après le choix du modèle du talus c'est à dire la fixation des caractéristiques géométriques, mécaniques et physiques, on décide du nombre de solides à considérer pour déterminer les forces dues à chacun d'entre eux en utilisant la méthode cinématique des solides rigides, une fois l'expression des efforts connues, on établit l'équation générale d'équilibre limite du mouvement R-S=0 pour l'introduire dans le logiciel « Zuvan » qui nous donne les valeurs des indices de sécurité correspondants à chaque couple (φ', C'), ainsi que Pf y correspondant. Dans une autre étape on introduit les mêmes caractéristiques du modèle en question dans le logiciel Géo-slope pour avoir les valeurs de coefficients de sécurités Fs correspondant à chaque couple (φ', C'), les résultats obtenus par les deux méthodes seront interprétés par la suite pour retenir le cas critique de chaque modèle.

Le même travail est refait pour six modèles à deux et à trois solides.

A la fin on compare les cas critiques des différents modèles pour approcher le cas le plus défavorable de tous. La thèse se compose de cinq chapitres :

- Le premier chapitre qui rentre dans la partie bibliographique présente un aperçu sur le calcul a la rupture et ses principes, l'énoncé fondamental de l'approche cinématique et se termine par donner l'historique du calcul à la rupture des ouvrages et des structures du génie-civil.
- Le deuxième chapitre présente un rappel de quelques éléments de probabilité, en mettant le point sur les définitions des variables déterministes, aléatoires et des différentes fonctions de distributions qui existent dans la littérature spécialisée et celle utilisées dans notre travail.
- Le troisième chapitre qui est une suite logique du chapitre précédent met en évidence l'historique de l'utilisation des méthodes fiabilistes dans certains domaines, dans le génie civil et surtout en géotechnique.
- Le quatrième chapitre expose un résumé du principe de calcul des différentes méthodes classiques utilisées par le logiciel Geo-slope, suivi d'un organigramme expliquant son déroulement.
- Le cinquième chapitre englobe l'étude complète probabiliste et déterministe des six modèles choisis, les résultats et les discussions.

Au début du chapitre on présente les hypothèses de calcul, les valeurs moyennes des couples (φ', c'), les paramètres déterministes, les paramètres aléatoires, les caractéristiques stochastiques et l'organigramme d'un programme Delphi établit par nos soins qui nous permet de déduire les paramètres non fixés et en relation étroite avec les hypothèses telles que les inclinaisons des solides Θ dépendant de l'angle de frottement φ'. Ensuite on établit pour chaque mécanisme l'équation d'équilibre limite R-S=0 et par conséquent le modèle stochastique et déterministe.

Et enfin, on trace des courbes de variations des paramètres qui nous intéresse en fonction de (φ', c').

Après interprétation on retient les modèles critiques tout en comparant les résultats déterministes et probabilistes ou on donne à chaque fois le mécanisme e ruine du modèle mécanique et un exemple de cercle de rupture.

Notre travail se termine évidement par une conclusion générale et perspectives.

CALCUL A LA RUPTURE ET METHODE CINEMATIQUE

1.1- Introduction :

Le calcul à la rupture s'appuie sur :

- La connaissance de la géométrie du système donné.
- Le mode de chargement qui lui est appliquée
- Des capacités de résistance des matériaux constitutifs.

Ceci constitue en quelque sorte le « Règlement » de calcul à la rupture proposé par « Cullmann » en 1866 [10] et « Salençon » en 1976 qui permet de déterminer les potentialités de résistance d'un système dans une géométrie donnée par la simple écriture de la compatibilité entre l'équilibre de ce système et la résistance de son matériaux constitutif.

De là on déduit une approche directe « statique » permettant de déterminer les chargements pour lesquels il y a une stabilité potentielle de l'ouvrage dans les conditions imposées.

Par dualisation mathématique au moyen du principe de puissance virtuelle, on peut mettre en évidence une approche « Cinématique » permettant de déterminer commodément des chargements pour lesquels « l'instabilité » de l'ouvrage dans les conditions indiquées est certaine.

L'une de ces méthodes est celle de la descente de charges et la seconde est celle des mécanismes ou d'équilibres partiels, telle que la méthode dite du « prisme de coulomb »

1.2- Chargement limite d'un système :

Il s'agit de l'étude d'un système constitué d'un matériau élastique et parfaitement plastique standard soumis, dans l'hypothèse des petites perturbations, à un trajet de chargement quasi-statique défini dans le cadre d'un processus dépendant d'un nombre n_i de paramètres.

- Cas d'un trajet de chargement radial.
- Sur chaque trajet de chargement radial issu du chargement nul $Q(t=0)=0$ avec état d'auto contrainte initial nul $\overset{0}{\underline{\underline{\sigma}}}=0$ dans le système, on met en évidence un chargement limite $\underline{\underline{Q}}^x$.
- La solution du problème d'évolution existe tant que $\underline{Q}(t)$ reste < $\underline{Q}^x$ ce trajet de chargement radial.
- Le chargement $\underline{Q}^x$ est l'intersection du trajet radial avec la frontière du domaine convexe K.
- $Q \in K \subset R^n \Leftrightarrow \ \ni \underline{\underline{\sigma}}$ (1.1)

  Statiquement admissible avec $\underline{Q}$ et plastiquement admissible.

- La solution du problème d'évolution n'existe pas pour $\underline{Q}(t)$ supérieur à $\underline{Q}^x$ sur le trajet de chargement radial.
- Si le chargement $\underline{Q}^x$ peut être atteint sur le trajet de chargement, il y a éventuellement écoulement plastique libre dans le système.

On aboutit à la définition du domaine K qui confère aux chargements $\underline{Q}^x$ de la frontière de K un caractère de limite absolue ainsi :

- Indépendamment de l'état d'auto contrainte initial.
- Indépendamment des caractéristiques élastiques du matériau constitutif du système.
- Indépendamment enfin, du trajet de chargement suivi pour y aboutir, il n'y a pas possibilité d'existence de solution au problème d'évolution elasto-plastique quasi-statique au-delà de la frontière de K.

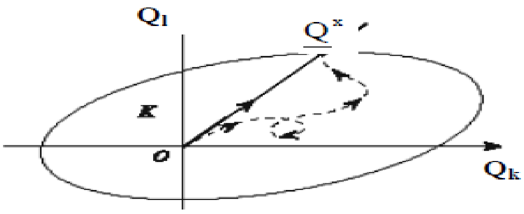


Figure 1.1 : Domaine K : Chargement limite

$\underline{Q}^x$: Chargement extrême

$\underline{Q}$: Chargement du système.

K : Ensemble des chargements potentiellement supportables.

$\underline{\underline{\sigma}}$: Tenseur de contrainte initial.

La détermination des chargements limites repose sur la compatibilité mathématique entre les équations d'équilibres du système et les limitations imposées aux contraintes de chaque point par la parfaite plasticité de son matériau constitutif.

1.3- Définition et objectif de l'analyse limite :

Dans la théorie de l'analyse limite, il apparaît deux principes duaux de minimum établis en supposant que le chargement limite correspond à une solution d'écoulement plastique libre. Le principe de minimum pour les contraintes, attribué à Hill (1948) [11] dans sa formulation générale, caractérise le champ de contrainte d'une solution d'écoulement plastique libre, le principe de minimum pour les vitesses concerne le champ de vitesse (à taux de déformation purement plastique), en fait, l'expérience de l'utilisation des résultats pratiques se placent pour l'essentiel dans le cas ou le système considéré et soumis à un nombre « n_i » de

paramètres. Les principes du minimum conduisent alors à des inégalités d'encadrement des chargements limites, de manière analogue aux principes variationnels en thermo élasticité. Les résultats obtenus dans ce cadre constituent la théorie des charges limites « Théorème statique énoncé initialement par Gvozdev (1936) » [12] dans un cas particulier, qui conduit à une approximation par défaut des chargements limites, théorème cinématique dû à Greenberg et Prager (1949) [12] qui conduit à une approximation par excès.

1.4 Principe du calcul à la rupture

Les principes évoqués, ci-dessus sont établis en s'appuyant sur l'existence d'une solution d'écoulement plastique libre associée à chaque chargement limite. [13] Ainsi la théorie du calcul à la rupture examine un système soumis à un mode de chargement à « n » paramètres dans une géométrie donnée, les chargements pour lesquels la compatibilité entre l'équilibre du système et les limitations induites d'une façon générale par la résistance du matériau constitutif est assurée.
L'utilisation de « mode » de chargement à pour but de signifier que du point de vue de calcul à la rupture, aucune référence n'est faite à un problème d'évolution en suivant un trajet de chargement avec une chronologie quelconque et que le seul objet de l'étude est la compatibilité équilibre résistance. La puissance virtuelle des efforts extérieurs au système dans tout champ de vitesse virtuel cinématiquement admissible dans le mode de chargement s'écrit [10] :

$$\begin{cases} \forall \underline{v} \text{ Cinématiquement admissible dans le mode} \\ P_e(\underline{Q}, \underline{v}) = \underline{Q}\,\underline{q}(\underline{v}) \\ \underline{v} \rightarrow \underline{v}(v \in R^h \, linéaire) \end{cases} \tag{1.2}$$

$\underline{v}$ = Vitesse relative sur une interface.

$P_e(\underline{Q}, \underline{v})$: Puissance virtuelle du chargement $\underline{Q}$.

$\underline{q}(\underline{v})$: Taux de déformation.

$d(x)$: Tenseur des vitesses de déformation.

$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : d(\underline{x})$ La puissance de déformation pour l'élément dv du milieu continu.

n(x) : La normale des surfaces $\sum$ au point x.

$d\sum$: L'ensemble des surfaces de discontinuité du champ $\underline{v}$ dans le volume *V*.

$[\underline{v}(\underline{x})]$: La discontinuité du champ $\underline{v}$ au point x et le principe des puissances virtuelles S'écrit :

$$\begin{cases} \forall \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \text{ Statiquement admissible (S.A) dans le mode.} \end{cases}$$

$\forall \underline{V}$ Cinématiquement admissible (C.A) dans le mode (1.3)

$$\int \underline{\underline{\sigma}}(x) : d(\underline{x})dv + \int_{\Sigma} [\underline{V}(\underline{x})] \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})n(\underline{x})d\Sigma = \underline{Q}(\underline{\sigma})\underline{q}(\underline{v})$$

Ou les applications : $\begin{cases} \underline{\sigma} \to \underline{Q}(\underline{\sigma}) \in R^n, \\ \underline{V} \to \underline{q}(\underline{V}) \in R^n \end{cases}$ Sont linéaires. (1.4)

Q et R^n est le chargement du système dans le mode $\underline{q^0} = \underline{q}(\underline{V})$ est le taux de déformation virtuelle du système dans le mode.

1.5- Approche statique

1.5.1 Chargement potentiellement supportable par le système :

Le système étant étudié dans une géométrie fixée, dans un mode de chargement dépendant de n paramètres Q_j ; la question est de savoir si ce système sera « stable » sous un chargement donné $\underline{Q} \in R^n$ ou encore déterminé dans Rn, l'ensemble des chargements $\underline{Q}$ sous lesquels le système sera « stable », une condition de stabilité est nécessaire :

Compatibilité $\begin{cases} \text{Equilibre quasi statique sous } \underline{Q} \\ \text{Capacité de résistance du matériau} \end{cases}$ (1.5)

Si cela est vérifié, on dit que le système est potentiellement stable sous $\underline{Q}$.

Si $\underline{Q}$ est extérieur au domaine K : Le chargement $\underline{Q}$ peut être supporté par la structure, il est potentiellement supportable.

1.5.2 Position du problème de calcul à rupture :

On considère un système dont on désigne par V le volume et dV le contour.
Dans cette géométrie donnée, le système est soumis à un mode de chargement à n paramètre.
L'information disponible sur le comportement du matériau constitutif du système, non nécessairement homogène, est réduite à la donnée du domaine de résistance de ce matériau au point courant $\underline{x}$ de V. Il s'agit d'un domaine $G(\underline{x})$ défini dans l'espace R^6 des tenseurs des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ qui déterminent les états de contraintes admissibles en ce point :

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) \in G(\underline{x}) \subset R^6 \quad (1.6)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) = 0 \in G(\underline{x}) \quad (1.7)$$

- Le domaine $G(\underline{x})$ est étoilé par rapport à l'état de contrainte nul :

$$\forall \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}); \forall \alpha \in [1,0]; \alpha \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \tag{1.8}$$

En fait dans la pratique $G(\underline{x})$ est convexe

$$\forall \underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) \in G(\underline{x}); \forall \underline{\underline{\sigma}}^2(\underline{x}) \in \begin{cases} G(x); \forall \alpha \in [1,0] \\ \underline{\underline{\sigma}}'(x) + (1-\alpha)\underline{\underline{\sigma}}^2(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \end{cases} \tag{1.9}$$

Le problème du calcul à la rupture est alors posé à partir des trois données précédentes, géométrie, chargement et résistance.

1.5.3 Chargement potentiellement supportables et chargement extrême :

Pour que le système supporte le chargement $\underline{Q}$ il faut que : $\exists \ \underline{\underline{\sigma}} / S.A$ avec $\underline{Q}$; statiquement $\forall \underline{x} \in V$. Un chargement Q pour lequel cette condition nécessaire est vérifiée est dit potentiellement supportable et l'on désigne par K l'ensemble de ces chargements définis dans l'espace Rn par :

$$Q \in K \subset R^n \Leftrightarrow \exists \underline{\underline{\sigma}}(\underline{X}) \begin{cases} \text{S.A avec } \underline{Q} \\ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}); \forall x \in V \ . \end{cases} \tag{1.10}$$

Ou le champ $\underline{\underline{\sigma}}$ est associé à $\underline{Q}$ par l'application linéaire (1.4)

L'ensemble K possède les propriétés suivantes en conséquence directe, à travers la linéarité de (1.4), de sa définition et des propriétés évoqués plus haut de $G(\underline{x})$.

$\underline{Q} = \underline{0} \in K$ K est convexe

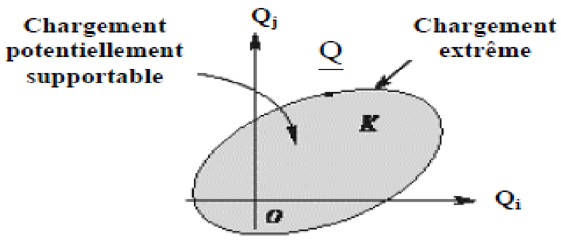


Figure 1. 2. Domaine K : Chargement potentiellement supportable « Chargement Extrême »

Les chargements $\underline{Q}^x$ situés sur la frontière de K sont appelés chargements extrêmes du système (fig1.2).Ceci rappelle que si les chargements situés dans K ne sont que potentiellement supportables puisque la définition (1.10) correspond à une condition nécessaire de stabilité les chargements extérieur à K entraînent, l'instabilité ils ne peuvent être supportés par le système.

1.5.4 Pertinence du résultat obtenu

- Avec seulement des capacités de résistance de matériaux constitutifs on ne peut déduire que des potentialités de résistance du système dans un mode de chargement et dans une géométrie donnée.
- Une réponse plus élaborée, permettant notamment de savoir si un chargement potentiellement supportable du matériau sont atteints ainsi que l'état d'autocontrainte initial du système et l'histoire de chargement (trajet et horaire de parcours) qui lui est imposée.
- La réponse apportée par le calcul à la rupture est indépendante de la connaissance des éléments pourvu que l'hypothèse des changements de géométrie négligeables demeure vérifiée.

C'est à ce type d'analyse que sont associés le critère de Coulomb ou de façon plus générale, les critères de type « courbe intrinsèque » qui ne peuvent plus désormais être considérés comme définissant le comportement élasto-plastique des matériaux correspondants [14]. C'est aussi le cas des études qui se réfèrent à des limites de résistance définies de façon purement réglementaire à travers l'application de coefficient de sécurité. Ceci explique sans doute pourquoi l'on procède très fréquemment à des analyses de stabilité à posteriori par le calcul à la rupture en cas de rupture d'ouvrage ou de structures sous chargement quasi –statique.
Une réponse théorique concernant les chargements supportables intérieurs à K peut être apportée lorsque le système considéré est constitué d'un matériau élastique et parfaitement plastique avec règle d'écoulement plastique associée [15].

1.5.5 : Approche par l'intérieur :

La figure (1.3) représente l'approche statique par l'intérieur dans le cas particulier, fréquemment rencontré, d'un paramètre de chargement unique positif. On voit que l'on détermine alors une valeur approchée « par défaut » du chargement limite ou encore une borne inférieure de ce chargement. Ceci explique le nom de méthode de la borne inférieure souvent donné à la méthode dans cette circonstance [16].

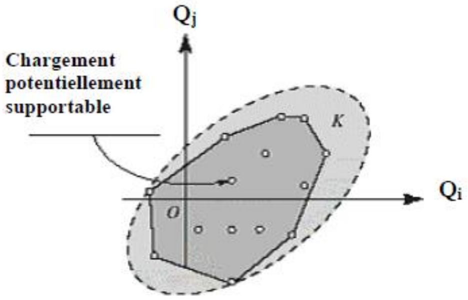


Figure 1.3. Approche statique par l'intérieur

D'une façon générale, la détermination exacte de K nécessite en principe l'exploration complète de l'ensemble des champs $\underline{\underline{\sigma}}$.

Dans la pratique, on se limitera à une approche par l'intérieur de K obtenus en construisant de tels champs $\underline{\underline{\sigma}}$ par des méthodes relativement simples.

1.5.6 : Approche statique par l'extérieur :

A partir de la définition des chargements potentiellement supportables on établit une condition nécessaire plus fiable et aisément manipulable : Les chargements qui ne satisfont pas cette condition, facilement identifiables, sont extérieurs au domaine K.

On peut évidemment imaginer de généraliser cette approche, par exemple en élargissant la classe des sous systèmes considérés. Néanmoins, l'approche demeure de portée limitée de sa considération de l'équilibre global.
La méthode permet de déterminer la charge extrême

1.6 Enoncé fondamentale de l'approche cinématique :

A partir de la définition (1.10) du domaine K on peut écrire l'équation (1.3) du principe des puissances virtuelles, pour tout chargement potentiellement supportable $\underline{Q}$ en y considérant comme champ $\underline{\underline{\sigma}}$ un champ de contrainte associé à $\underline{Q}$ par (1.10) et comme $\underline{v}$ n'importe quel champ de vitesse virtuel cinématiquement admissible dans le mode [17] :

$$\int_{v} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) dv + \int_{\Sigma v} [\underline{V}(\underline{x})] \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \underline{n}(\underline{x}) d\Sigma = \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{q}(\underline{v}) = P[e](Q, v) \qquad (1.11)$$

On introduit les fonctions Л définies comme suit :

$$\pi(x,\underline{\underline{d}}(\underline{x})) = \sup\left\{\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) \underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x}) \in G(\underline{X})\right\} \quad (1.12)$$

$$\pi(x,\underline{n}(\underline{x}))[\underline{v}(\underline{x})] = \sup\left\{[\underline{v}(\underline{x})]\underline{\underline{\sigma}}'(\underline{x})\underline{n}(\underline{x})\underline{\underline{\sigma}}'(x) \in G(\underline{X})\right\} \quad (1.13)$$

Puisque par hypothèse, le champ $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x})$ introduit dans l'équation précédente satisfait la condition de résistance en tout point de V les intégrales des fonctions correspondances[16] on obtient ainsi :

$\forall \underline{Q} \in K, \forall \underline{v}$ C.A. dans le mode

$$p_{(e)}(\underline{Q},\underline{v}) = \underline{Q}\underline{q}(\underline{v}) \leq \int_v \pi(\underline{x},\underline{\underline{d}}(\underline{x}))dV + \int_\Sigma \pi(\underline{x},\underline{n}(\underline{x})[\underline{v}(\underline{x})]d\Sigma \quad (1.14)$$

Qui apparaît comme une condition nécessaire à satisfaire par tout chargement potentiellement supportable [15].

1.7 Historique et actualité du calcul à la rupture :

La première référence dans la démarche du calcul à la rupture. La poutre console de Galilée (1638) ou ce dernier se propose de déterminer la charge maximale susceptible d'être supportée par la poutre encastrée à partir de la donnée de la résistance de fibres de bois.

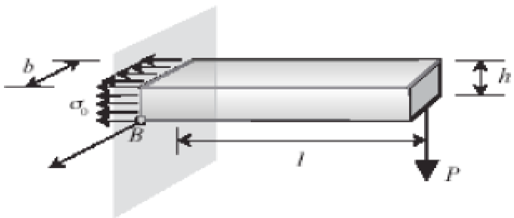


Figure 1. 4 : La poutre console de « Galilée »

Le raisonnement de Galilée, équilibre en B le moment de la force active P par le moment des résistances des fibres de la poutre, déduisant du fait que la rupture se produira en ce point.

$$p = \frac{b.h^2.\sigma_0}{2.l} \quad (1.15)$$

1.7.1 Le calcul à la rupture des ouvrages et des structures du génie civil :

Le travail de Coulomb à donné lieu à de nombreuses analyses développées dans le même esprit et jouit encore de nos jours d'une grande célébrité pour les problèmes de poussée et de butée des terres diverses méthodes s'attachent à vérifier que l'équilibre global, c'est-à-dire en termes de torseurs, d'un volume de sol défini géométriquement par quelques paramètres dans l'ouvrage considéré peut être assurer par un critère de résistance de Coulomb qui limite les états de contraintes admissibles.
Ensuite viendra la méthode de Cullmann(1866) [10] ; l'analyse de Féllénius pour la stabilité des pentes, ou les volumes de sol dont on vérifie l'équilibre sont limités par des cercles sont utilisés pour des sols frottants, il apparaît que l'analyse ne peut aboutir qu'en y introduisant des hypothèses complémentaires comme dans la méthode des tranches par exemple (fellenius, 1936; Bishop1954[18] ;, Taylor,1937[19]).En limitant par des spirales logarithmiques les volumes considérés, Rendulic(1935) à,levé cette difficulté, rétablissant ainsi la signification mécanique de la méthode(approche statique par l'extérieur).
La stabilité des fondations superficielles et la détermination de leur capacité portante à été abordée de la même façon. Elles ont fait l'objet d'analyses par les méthodes dites « D'équilibre limite ».

L'analyse la plus récente dans ce domaine est celle de Schofield (1998).
L'historique de la théorie montre que le calcul à la rupture est apparu bien avant la formulation de la théorie de la plasticité et même de l'élasticité, il est apparu comme le mode de raisonnement privilégié dans le domaine de Génie civil et de la construction dés lors que l'on ne se satisfaisait plus des seules règles de l'art.
Les mécanismes de rupture des ouvrages en terre, en vraie grandeur ou sur modèles réduits, mettent en évidence « des surfaces de glissements », et des (solides) rigides, connus sous le nom « **méthode cinématique des solides de rupture rigide** ».
Dans certains cas, tels que les instabilités de pente pratiquement toute la déformation de l'ouvrage se trouve concentrée dans ces zones. Elles sont assimilées à des surfaces de glissements le long desquelles on est naturellement amené à postuler que la résistance mobilisée doit équilibrée l'effet des forces motrices. C'est l'intuition de l'approche statique (par l'extérieur comme elle à été mise en œuvre par Coulomb).
Dans d'autres cas les surfaces de glissement sont associées à des champs de vitesse continus et le prolongement « naturel » du raisonnement consiste alors à écrire l'équilibre des forces motrices et des forces résistantes dans le système vis-à-vis du mouvement correspondant ce qui conduit implicitement à se référer aux puissances développées par ces forces.
Les règlements de calcul incluent désormais l'approche de la sécurité par le calcul aux états ultimes (E.L.U) qui se place clairement dans l'esprit du calcul à la rupture. Celui-ci en fournit les fondements théoriques. Il permet en particulier de faire sans ambiguïté la distinction entre « charges » et « résistances » et, en mécanique des sols dans le cas du critère de Coulomb de définir de façon cohérente les méthodes cinématiques. L'introduction des coefficients de sécurité partiels sur les charges et sur les résistances vise entre autre à contrôler l'hypothèse des changements de géométrie négligeable et la compatibilité physique des matériaux aux niveaux adoptés pour les calculs [17].

1.8 Notions de plasticité des sols utilisés dans les méthodes d'études de la stabilité :

1.8.1 Critère d'écoulement et surface de charge :

La notion de seuil de plasticité d'un élément sous une sollicitation définie par le tenseur des contraintes (sigma) correspondant au cas unidimensionnel, est remplacée par celle du critère d'écoulement ou critère de plasticité du matériau :
Soit f la valeur scalaire de l'état de contrainte de l'élément telle que :

- $f(\sigma) < 0$: Domaine élastique.
- $f(\sigma) > 0$: Apparition de déformation irréversible ou écoulement plastique.
- $f(\sigma) = 0$: Critère de plasticité ou critère d'écoulement.

f : fonction de charge et la surface $f(\sigma)=0$ dans l'espace { σ{est appelée surface de rupture.

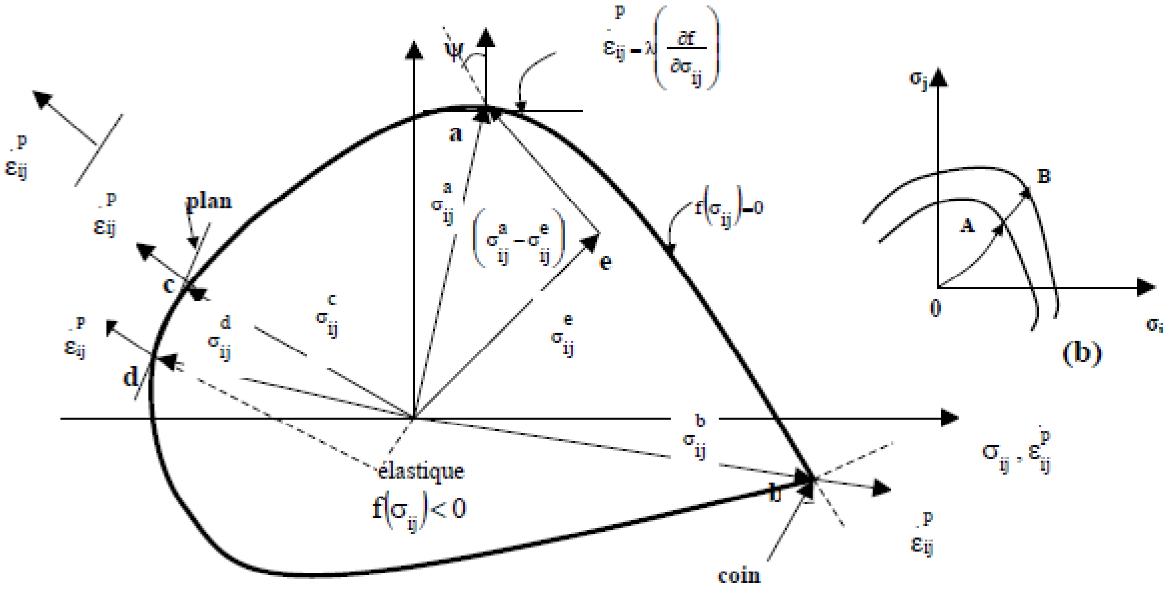


Figure 1.5 Surface de charge et règle de normalité

1.8.2 Plasticité parfaite :

Le diagramme typique de contrainte – déformation pour les sols (fig. 1.6), le comportement contrainte – déformation de la plupart des sols est caractérisé par une portion initiale presque linéaire et un pic ou contrainte de rupture ; suivie par une détente vers un état de contrainte résiduelle. Dans l'analyse limite on ignore ce travail de détente, et on considère un diagramme contrainte – déformation simplifié du type élastique linéaire parfaitement plastique (Courbe pointillée fig1.6).
Le matériau dit plastique idéal ou parfaitement plastique et un hypothétique obéissant à cette propriété d'écoulement plastique non continu à contrainte.

Le niveau de contrainte de rupture utilisée dans l'application de l'analyse limite, avec l'hypothèse de plasticité parfaite, doit être choisie de telle façon qu'il représente la contrainte moyenne dans une plage appropriée de déformation

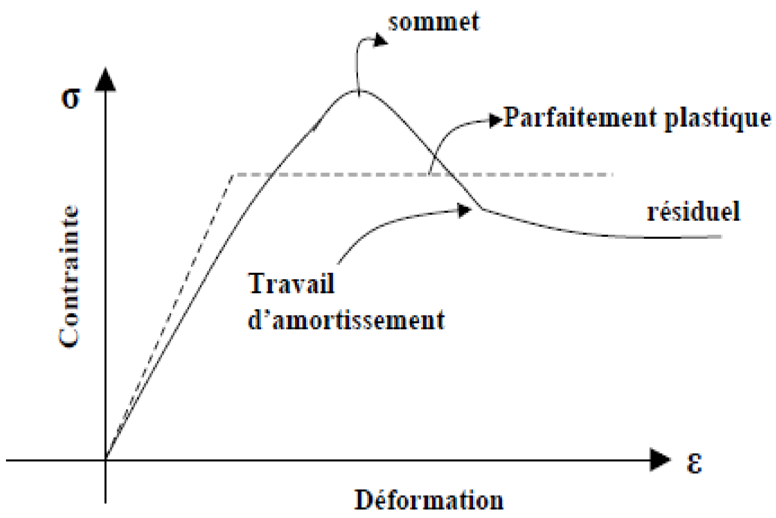


Figure 1. 6 : Diagramme de contrainte - déformation pour les sols.

La déformation actuelle en plasticité dépend essentiellement de la façon dont a été atteint l'état de contrainte actuel, autrement dit, de l'histoire du chargement, contrairement à l'élasticité le temps n'intervenant pas, seulement l'ordre de succession des états de contraintes, le trajet suivi par le point de coordonnées σ_{ij} dans l'espace représentatif de l'état de contraintes, entre l'état initial et l'état actuel..

1.8.3 Règles de normalités :

La relation contrainte vitesse de déformation décrivant de la condition de normalité correspondant à la fonction de charge qui prend la forme générale :

$$\varepsilon_{ij}^{P} = \mu \frac{\delta f}{\delta \sigma_{ij}} \qquad (1.16)$$

$\mu > 0$ Est un facteur scalaire de proportionnalité.

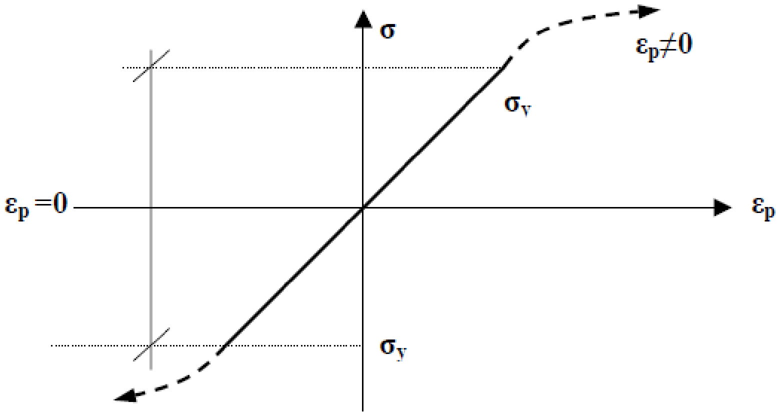


Figure 1. 7 : Domaine d'élasticité unidimensionnel

1.8.4 Principe de travail maximal de Hill 1950 :

L'hypothèse souvent émise est que les matériaux obéissent au principe du travail maximal de « Hill », tel que l'on peut énoncer de la manière suivante :
Soit un élément, un tenseur de contrainte σ à la limite d'écoulement telle que $f(\sigma)=0$, alors ; et ε^P le tenseur vitesse de déformation plastique correspondant : Si σ^* est un tenseur tel que $f(\sigma^*)<0$ alors :

$$\left(\sigma_{ij}-\sigma_{ij}^*\right)\varepsilon_{ij}^P \geq 0 \qquad (1.17)$$

$$\left(\sigma-\sigma^*\right)\varepsilon_i^P \geq 0 \qquad (1.18)$$

Les matériaux obéissent au principe du travail maximal de HILL sont appelés matériaux standard.

1.9 Méthode de l'analyse limite :

1.9.1 Conditions d'application :

La théorie de calcul à la rupture à permis de dégager la notion de chargement potentiellement supportable par un système dans une géométrie donnée, à partir de la seule connaissance du domaine de résistance qui y définit en chaque point les contrainte admissibles par l'élément de matière [20] deux méthodes d'approche ont été mises en évidence pour déterminer l'ensemble des chargements potentiellement supportables qui font appel soit à des champs soit part dualisation du problème au moyen du principe des puissances virtuelles.
Pour une solution valide dans la mécanique des milieux déformables, les conditions à vérifier sont :

1. Les équations d'équilibre des contraintes.
2. La loi de comportement.
3. Les équations de compatibilité reliant les déplacements et les déformations [21].

1.9.2 Méthode cinématique des solides de rupture rigide et de la sécurité minimale :

L'expérience a montré que les talus en remblai dans la plupart des cas préfèrent se rompre le long des surfaces de glissement. Le calcul de cet état limite de rupture peut être effectué donc d'après la méthode cinématique.
En comparaison avec la vérification de la stabilité conventionnelle, en particulier la rupture circulaire, la méthode cinématique à solide rigide reflète bien les mécanismes réels.
A travers la prise en compte d'une résistance au cisaillement et éventuellement les forces de cohésion, si on considère qu'une solide pousse sur un autre, le long des surfaces de glissement secondaire, les réserves de sécurité du système sont correctement et complètement exploitées.
Pour cela une modélisation fiable et réaliste est espérée par la proposition d'un nouveau modèle mécanique de rupture des talus par glissement basé sur la méthode cinématique des solides et le principe de la sécurité minimale. En effet l'état plastique d'un système dépend des conditions aux limites statiques et cinématiques
La méthode cinématique des solides de rupture rigide se base sur deux principes.

1. Le principe de la compatibilité cinématique des mécanismes de rupture potentielle
2. Le principe de la sécurité minimale à travers la variation de la géométrie de la surface de glissement pour chaque mécanisme de rupture possible d'un système (Le mécanisme de rupture recherché) avec la plus dangereuse surface de glissement ceci se fait en plusieurs étapes.

a. Le regroupement de tous les mécanismes de rupture possibles.
b. L'établissement des équations d'état limite.
c. La variation des inclinaisons des surfaces de glissement des solides.
d. Le choix du mécanisme le plus instable, ce qui donnera le modèle mécanique critique retenu.

Ensuite une étude fiabiliste nous permet de déterminer le coefficient de sécurité de chaque modèle en faisant varier les caractéristiques mécaniques du sol, à la fin le modèle disposant de la sécurité minimale sera retenu comme le modèle stochastique critique.
Les modèles retenus seront comparés aux méthodes de rupture conventionnelles existantes.

1.10 Conclusion

Dans le premier chapitre nous avons donné un aperçu sur le calcul à la rupture, les méthodes qui existent, quelques exemples de chargement connus, l'historique de l'analyse limite, son objectif et son principe de calcul, en terminant par l'énoncé fondamental de l'approche cinématique en mettant le point sur son application dans le domaine de génie civil.

RAPPELS DE PROBABILITE

1. Introduction

Dans toute expérience aléatoire, il y a toujours une incertitude en ce qui concerne la réalisation ou non d'un évènement particulier. Il est commode d'affecter un nombre compris entre 0 et 1 à la chance ou à la probabilité avec laquelle nous espérons voir cet évènement se réaliser.
Pour cela l'utilisation de la théorie de la probabilité est incontournable.
Nous allons rappeler brièvement quelques notions combien utiles pour les densités de probabilité et les fonctions de répartition.

2. Rappels de la théorie de probabilité

Les probabilités décrivent des phénomènes statistiques qui permettent d'analyser et de définir certaines constatations expérimentales survenant en plus ou moins grand nombre, par opposition aux théories descriptives de physique.
Une étude probabiliste se compose d'observations exprimées généralement en nombre résultant de mesure. Considérant une série N d'observations parmi lesquels n est le nombre de résultats ayant fait apparaître l'événement A. On appelle n_i la fréquence absolue, et le rapport $f(i) = \frac{n}{N}$, l'expérience montre que la fréquence relative $f(i)$dans une série d'observations se rapportant à une relation commune de cause à effet varie peu de l'une à l'autre de ces séries « Lots » que chacune est constituée d'un grand nombre d'observations. Ceci constitue la loi du hasard dite « Stochastique ». [22], [23]

2.1. Variable déterministe

Un paramètre déterministe est tout paramètre de base pouvant avoir seulement une valeur constante ou une dispersion négligeable. [22]

2.2. Variable aléatoire

On appelle variable aléatoire toute grandeur non déterminé à priori dont on sait avec quelle probabilité elle peut prendre telle ou telle valeur parmi une population (Un ensemble des valeurs). [24]

2.3. Fonction de répartition

On appelle fonction de répartition F(x) la fonction définie en tout point x comme la probabilité que la variable aléatoire X soit inférieur ou égale à x. [23]

$$F(X) = P\{X < x\} = \int_{-\infty}^{x} dP(x) \tag{2.1}$$

2.4. Densité de probabilité :

La densité de probabilité est par définition la dérivée de la fonction de répartition. [1]

$$f(x) = \frac{dF(X)}{dX} \tag{2.2}$$

entre deux points a et b la probabilité peut être exprimée par la forme équivalente :

$$P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx \tag{2.3}$$

2.5. Espérance mathématique et moment :

L'espérance mathématique d'une variable aléatoire E(x) est l'abscisse du centre de gravité de distribution de masse correspondante à F(X), elle est définie par [22] :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx = \int_a^b xdP(x) \tag{2.4}$$

2.6. Le moment

On appelle moment d'ordre r d'une variable aléatoire X l'espérance mathématique de la « rième » puissance définit par : [1]

$$E\left[X^r\right] = m_{ir} = \int_0^1 x^r dP(x) \tag{2.5}$$

On note que l'espérance mathématique de X est égale au moment d'ordre 1 de X, noté m_1 ou plus généralement m.

2.7. Variance et écart type

La variance ou écart type moyen d'une variable aléatoire X est son moment centré d'ordre 2, est notée σ^2 et ceci pour mettre en évidence son importance

$$\sigma_i^2 = m_i^2 = E\left[X - E(X)^2\right] \tag{2.6}$$

Ou σ_i : Ecart – type (racine carrée positive)
m_i : Valeur moyenne.

2.8. Variable aléatoire réduite

Elles définies sous forme adimensionnelle par :

$$T = \frac{x_i - m_i}{\sigma_i} m_i^2 \qquad (2.7)$$

2.9. Cœfficient de variation

Le coefficient de variation est un facteur adimensionnel qui a la forme suivante :

$$V_i(X) = \frac{\sigma_i(X)}{m_i(X)} \qquad (2.8)$$

Ce paramètre permet de relier X et T par la formule :

$$X = m_i(1 + V_i T) \qquad (2.9)$$

$V_i[X] = 0 \rightarrow$ Paramètre déterministe.

$V_i[X] \neq 0 \rightarrow$ Paramètre aléatoire.

Il varie entre 0 et 100%, sa valeur indique le taux de dispersion du paramètre aléatoire x, plus V_i [X] est élevé plus l'influence du paramètre aléatoire x sur le niveau de sécurité β est grande et vice versa. [23]

3. Fonction de distribution de la densité de probabilité

Toute fonction f(x) vérifiant la condition $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ peut servir de densité de probabilité pour une variable aléatoire. Il existe toute fois un certain nombre de fonctions employées de façon classique et qui ont de ce fait une importance pratique beaucoup plus grande que les autres.

3.1 Lois de distribution de probabilité

Plusieurs distributions de probabilité empiriques ont été reportées dans la littérature.
Les fonctions de distribution les plus communément utilisées pour modéliser les Propriétés du sol sont présentées dans ce paragraphe. Ces distributions ont souvent la forme exponentielle générale suivante (Baecher et Christian 2003) [1].

$$f_x(x) = \exp(a + bx + bc^2)x^d \qquad (2.10)$$

Où a, b, c et d sont des constantes. Les distributions les plus connues ayant cette forme sont les lois Normale, Log normale, Exponentielle et Gamma.

.

- *Distribution Normale :* C'est la distribution la plus connue et la plus communément utilisée parmi toutes les lois de distribution de probabilité ;
- *Distribution Log normale :* La loi Log normale décrit la distribution d'une variable dont le logarithme suit une loi normale. Elle est surtout utilisée pour modéliser des variables qui n'admettent pas des valeurs négatives ;
- *Distribution Exponentielle :* C'est une fonction à un seul paramètre. Elle est souvent utilisée pour la modélisation des données géométriques comme par exemple la distance séparant les joints des roches. Elle est aussi adaptée à la modélisation des charges sismiques (Haldar et Mahadevan 2000) [1] ;
- *Distribution Gamma:* Cette distribution ressemble à la distribution Log normale.

Enfin, notons qu'un nombre limité de formes de distributions non exponentielles est utilisé en géotechnique. La distribution la plus utilisée parmi celles-ci est la distribution Bêta. Cette distribution est recommandée due à sa flexibilité et à ses bornes inférieure et supérieure. Elle est surtout utilisée pour modéliser des variables bornées telles que l'angle de frottement interne du sol (Harr 1987, Fenton et Griffiths 2003) [1]. Cette distribution dépend de quatre paramètres. D'autres types de distributions, telles que les distributions extrêmes, sont utilisées pour modéliser les incertitudes dues aux effets du vent, de la houle, du séisme, etc… quelques détails de ces distributions, concernant leur fonction densité de probabilité et leur fonction de répartition sont donnés ci-après.

Les études reportées dans la littérature ont montré que chaque propriété du sol peut suivre des distributions de probabilité différentes suivant les sites.

Toute fonction f(x) vérifiant la condition $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ peut servir de densité de probabilité pour une variable aléatoire. Il existe toute fois un certain nombre de fonctions employées de façon classique et qui ont de ce fait une importance pratique beaucoup plus grandes que les autres. [23]

La plupart des densités de probabilité f(x) classiques peuvent être générées, à partir de l'équation différentielle :

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{(a_0 + x)f(x)}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \qquad (2.11)$$

Dans laquelle a_o, b_0, b_1 et b_2 sont des constantes.

Les distributions correspondantes sont groupées sous le nom « Système de Pearson » ce système est particulièrement important du fait de l'existence d'un paramètre K, appelé critère qui s'exprime en fonction des quatre premiers moments de *f(x)*.

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)} \tag{2.12}$$

$\sqrt{\beta_1}$ et β_2 étant respectivement les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement Pearson a défini trois principaux types de courbes, d'après les valeurs de K :

Type I : K<0
Type IV :0<K<1
Type VI :1<K

Le type I correspond à ce que l'on appelle la « Distribution bêta ».
Les courbes de type IV sont généralement asymétriques et non bornées des deux côtés.
Les courbes de type VI sont bornées d'un côté.

Ces trois types de distributions couvrent l'ensemble des cas possibles. Il existe toutefois des distributions de transition entre les différents types.
Pour ne citer que les distributions de plus en plus utilisée en génie civil et particulièrement en mécanique des sols, il existe d'autres distributions telles que : la distribution de Gauss, « χ^2 » « χ »et « t » de Student.

3.2. Distribution normale ou de « Gauss ».

Une variable aléatoire continu de valeur moyenne « m » et de variance « σ^2 » est une distribution normale (ou gaussienne) si sa densité de probabilité est de type : [23]

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\Pi}} e^{\frac{(x-m_X)^2}{2\sigma_X{}^2}} \tag{2.13}$$

3.3. Distribution Log – normal :

Cette distribution a une définition identique à la distribution normale, en remplaçant x par Log x. [24]

3.4. Distribution gamma

Dans le système de Pearson, c'est une distribution de type III. La densité de probabilité de cette distribution est : [23]

$$f(x) = \frac{1}{\beta\Gamma(\alpha+1)}\left(\frac{x-a}{\beta}\right)^{\alpha} e^{\frac{x-a}{\beta}} \qquad (2.14)$$

Avec : x>a ; β>0 et α>-1, en désignant la valeur minimale que peut prendre X.

3.5. Distribution exponentielle

La distribution exponentielle est un cas particulier de la distribution gamma, avec α=0, la densité de probabilité dans ce cas est donnée par la formule :

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \qquad \text{Pour } x>0 \text{ et } \beta>0 \qquad (2.15)$$

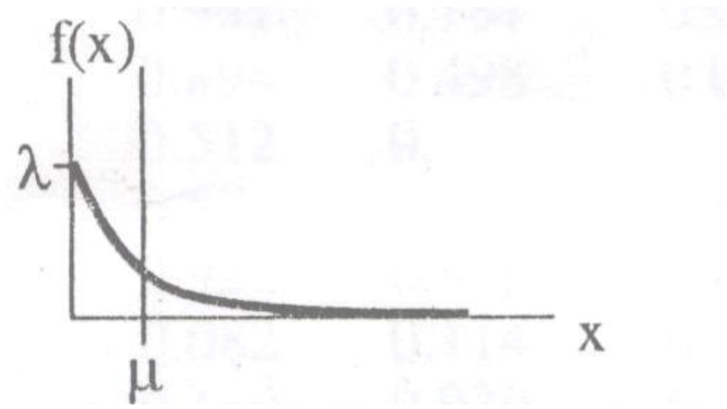


Figure 2.1 : Distribution exponentielle

$$V(X) = \nu - 2\frac{\Gamma^2[(\nu+1)]/2}{\Gamma^2(\frac{\nu}{2})} \qquad (2.16)$$

3.6. Distribution « t » de *Student* :

C'est la distribution de la variable aléatoire réduite normale sur la variable aléatoire $\frac{y}{\sqrt{v}}$ la variable aléatoire y présentant une distribution de type **χ ,** avec v degrés de liberté. Donc c'est la distribution de $Z = \frac{X\sqrt{\nu}}{y}$ (*Benjamin et Corneill* 1970)[1]. Sa densité de probabilité est égale à :

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{\Pi\nu}}\frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma(\nu/2)}\left(1+\frac{z^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \qquad -\infty < z < +\infty \tag{2.17}$$

Pour les valeurs élevées de ν>0, la distribution t de *Student* peut être approximée en pratique par une distribution normale centrée d'écart type σ.

3.7. Distributions de valeurs extrêmes

3.7.1. Type I (Distribution de Gumbel)

La densité de probabilité d'une loi de Gumbel définie sur l'ensemble des réels, a pour expression :

$$f_X(x)=\frac{1}{a}\exp[-\frac{x-b}{a}-\exp(\frac{x-b}{a})] \qquad \text{avec} \qquad a \succ 0 \tag{2.18}$$

Sa fonction de répartition est :

$$F_X(x)=\exp[-\exp(-\frac{x-b}{a})] \tag{2.19}$$

3.7.2. Type II (Distribution de Fréchet)

La densité de probabilité de la loi de Fréchet définie pour tout nombre réel a pour Expression :

$$F_X(x)=ab(xb)^{-(a+1)}\exp[-(bx)^{-a}] \qquad \text{Avec} \qquad a \succ 0 \ \text{ et } \ b \succ 0 \tag{2.20}$$

La fonction de répartition est :

$$F_X(x)=\exp[-(bx)^{-a}] \tag{2.21}$$

3.7.3. Type III (Distribution de Weibull)

La densité de probabilité d'une loi de Weibull a pour expression :

$$F_X(x)=\frac{a}{b}(\frac{x-c}{b})^{a-1}\exp[-(\frac{x-c}{b})^a] \ \text{Avec} \quad a \succ 0, b \succ 0 \quad \text{Et} \quad x \geq c \succ 0 \tag{2.22}$$

La fonction de répartition correspondante est définie par :

$$F_X(x) = 1 - \exp[-(\frac{x-c}{b})^a] \qquad (2.23)$$

4. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons rappelé la définition d'une variable déterministe, aléatoire, la fonction de répartition, densité de probabilité, les lois probabilistiques ayant servis de base pour les calculs détaillés dans le chapitre 3.

ETUDE PROBABILISTE ET FIABILISTE

1. Introduction :

La fiabilité d'un ouvrage est un indicateur de sa sûreté de fonctionnement. Deux grandeurs sont communément employées dans la littérature pour l'évaluation de la fiabilité d'un ouvrage : l'indice de fiabilité et la probabilité de ruine

La variabilité élevée des paramètres géotechniques, leur caractère évolutif dans le temps et l'espace et l'incertitude importante qui les affecte, rendent nécessaire leur prise en compte sous forme de champs aléatoire, ces derniers sont définis comme des variables aléatoires auxquelles on associe une localisation dans l'espace.
Les méthodes de calculs dites déterministes se basent sur des modèles de comportement du sol et des valeurs fixes des paramètres introduits dans ces lois pour calculer les coefficients de sécurité à comparer à des valeurs admissibles ces coefficients ne sont pas définis de manière homogène et ne constituent pas une mesure de la fiabilité des ouvrages.

A l'opposé l'approche probabiliste tient compte du caractère aléatoire des variables.
Elle fournit un résultat exprimé en probabilité de rupture. Celle-ci constitue une mesure homogène de la fiabilité qui peut en outre s'intégrer dans une étude économique globale. [1]
Après l'historique de l'approche probabiliste en génie civil, on s'intéresse au cas de la géotechnique ainsi que l'évolution de ces approches tout en faisant une comparaison de l'application de la théorie de fiabilité en structure et au sol. A la fin, on donne quelques méthodes de calcul

2. Historique de l'approche probabiliste en génie civil :

Dans le domaine de l'approche probabiliste des problèmes de fiabilité en génie civil, les premiers travaux sont ceux dus à *Frendenthal* et publiés à partir de 1947.
En 1949 *Ler* publie une première synthèse de quelques résultats présentés au III ème congrès de l'Association Internationale tenu à Liège en 1948. [1]
Ces résultats faisaient suite à la constatation qu'il était nécessaire d'admettre que la sécurité d'une construction ne peut être mathématiquement totale, mais qu'elle doit être définie par une probabilité de rupture suffisamment faible pour être tolérable.
On voit donc apparaître, dès le lendemain de la seconde guerre mondiale une première ouverture des milieux de la construction aux concepts stochastiques. [1]

En 1956 une contribution marquante de *Frendenthal [25]* montre que des progrès significatifs ne seront pas obtenus par le seul raffinement des méthodes d'analyse des contraintes mais plutôt par une remise en question des bases mêmes de la théorie des structures.
En 1956 *Frendenthal* propose quelques expressions de la fonction de distribution de probabilité d'une variable aléatoire (Gauss, log normale, exponentielle.) pouvant correspondre à certains types de chargements des structures. Il définit les conditions de mise hors service (unserviceability) et de rupture (failure) et il constate que la résistance d'une structure peut être caractérisée par une charge limite dont les variations sont liées aux variations des propriétés des matériaux et éventuellement à l'existence de mécanisme de rupture multiple.

L'approche économique avec un critère de coût minimum conduit à la nécessité de calculer la probabilité P_f de rupture (ou éventuellement P_s pour la mise hors service, ce qui se ramène au même type de problème). On voit apparaître une condition de rupture donnée par la relation

$$r = R - nS \leq 0 \tag{3.1}$$

Avec un facteur d'ignorance $n \geq 1$ appliqué aux sollicitations. L'analyse suppose que R et S sont indépendantes et considère des distributions normales et log-normale et extrémales, la probabilité de rupture y est bien définie comme l'intégrale sur la zone instable de la fonction de distribution couplées f (R, S) et des valeurs proposées pour des applications pratiques. Une solution graphique est en outre suggérée quand les distributions de R et S n'ont pas d'expressions analytiques simples. [2]

3. Cas particulier de la mécanique des sols :

Dans ce domaine, les statistiques furent évoquées, pour la première fois dans le contexte du problème de la sécurité par le rapporteur de la session spéciale « Safety factory in soil mechanics » du 7éme congrès de mexico en 1969 (*Mayerhof* 1969, 1970) [26] [27] c'est que souligne *Schultz* (1977) [28] dans son introduction au rapport de la session spéciale (The probability approch to soil mechanics design » du 9éme congrès de Tokyo. [1]

- Au 6éme congrès de Montréal « *Langejan* 1965 » [29] avaient déjà publié les résultats de ces travaux, les valeurs de P_f trouvées confirment ceux de « *Lands* 1966 » $Pf \leq 10^{-2}$.
- *Wu* et *Al* 1967 détermine le P_f du problème de la stabilité d'excavation de force portante dans l'argile de tassement sur sable. [30]
- *Mayerhoff* (1969) trouve que P_f est de l'ordre de 10^{-4}. [26]
- Tokyo « *A. Schultze* (1977) » à savoir modèle capacité demande. [28]

En mécanique des sols à l'opposé des structures, on se contentait d'une approche comportant un très petit nombre de variables aléatoires considérées comme non corrélées et de distribution normale. Le critère de rupture restera longtemps basé sur le modèle Capacité – Demande avec $P_f = P(R < S)$ et un indice de fiabilité défini $\beta = \dfrac{\bar{r} - \bar{s}}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}}$ d'où l'on tire la valeur cherchée $P_f = \Phi(-\beta)$ tout simplement.

De la session de Tokyo « *Biarez* et *Al* (1977) » [31] présentent des travaux qui font l'objet de la modélisation de la distribution des paramètres de comportement des sols, soit pour les introduire dans un modèle mathématique le plus souvent inspiré de la mécanique des milieux continus, soit pour tenter de donner une description satisfaisante de leur variabilité spatiale.

Des méthodes probabilistes ont été appliquées en mécanique des sols :

- *Athanasiou- grivas et al* (1977) [32] qui ont étudié le cas de la capacité en considérant c et φ comme des variables aléatoires, le choix de distribution et empirique et la méthode de simulation de Monté Carlo est l'outil mathématique utilisé pour la résolution numérique.
- *Alonso et al* (1977) [1] ont analysé les tassements en fonction du seul module d'élasticité E comme variable à caractère aléatoire en posant les équations d'une manière assez simple, ils ont calculé la distribution de la probabilité du tassement par intégration numérique, cette analyse faisant partie d'une étude plus vaste consacrée à la stratégie des études de reconnaissance.

Plusieurs travaux relatifs au domaine de la mécanique des sols, de la mécanique des roches et quelques autres branches des sciences de la terre, sont attachés d'abords à une analyse statistique « classique » limitée au calcul des moyennes, variances corrélation entre variables aléatoire, voir recherche de forme de fonction de distribution de probabilité c'est le cas des travaux de *Lumb* (1966,1970,1971) [33], [34], [35] *Hooper et al* (1966) [36], *Schultz* (1975a, 1975b) [37] , [38], *Harr* (1977) [1], *Matsuo* (1975)[39], *Mitchell et Al* (1978) [40] ou les auteurs constatent que les caractéristiques des sols varient en profondeur et en plan, mais leur analyse se limite à une description « déterministe » de ces variations et à la recherche des corrélations entre caractéristiques, ensuite apparaît des méthodes d'approche de la variabilité spatiale des paramètres géotechniques tels que le cas de « *McGuffrey et Al* (1982)[41], *Terence lo et Al* (1984) [42], *Briand et Al* (1984) [43], *Ejezie et Al* (1984) [44], *Chang* (1985), [45] enfin *Wu et Al* (1986) [30] .
L'application des différentes notions aux paramètres géotechniques se fût par *Vanmark* (1977) [46], ensuite *Tang* (1979) [47], *Favre* (1983) [48], *Favre et Al* (1987). [2]. D'autres applications récentes existent dans le domaine de génie civil Chowdhury et Xu (1993) [49] pour l'analyse de la stabilité des talus ; Youssef Abdel Massih et al. (2007a,2007b) [50], [51]. Sivakumar Babu (2003), Rahhal et al. (2003)
- Low et Teh (2000) pour le calcul de pieux ;
- Low (1997) et Low et Einstein (1991) pour l'analyse de la stabilité des massifs en mécanique des roches ; Soubra et Youssef Abdel Massih (2008), Soubra et al. (2008),

4. Evolution des méthodes probabilistes en génie civil :

Le tableau comparatif suivant synthétise les principales différences que l'on peut souligner entre les deux domaines d'application regroupées en différents thèmes. Il montre les raisons de leurs développements plus ou moins spécialisés dans certaines directions ainsi que celles des limitations actuelles de leurs applications.

STRUCTURE	MECANIQUE DES SOLS
Pour la modélisation des caractéristiques des matériaux	
• La diversité des matériaux est réduite et leurs propriétés sont maintenant assez bien connues. • La faible dispersion des paramètres justifie l'emploi d'une distribution normale.	• Les matériaux sont très diversifiés et chaque site représente un problème nouveau de modélisation des distributions des caractéristiques en ce compris leurs covariances et variabilités spatiale. • Les dispersions peuvent être très importantes et la forme des lois peut rarement être obtenue vu le nombre réduit des mesures économiquement réalisables.
Pour la modélisation des Charges	
• Les charges de services et les charges dues au vent, à la neige, peuvent présenter une grande variabilité et des conditions multiples, sans parler des charges cycliques ou dynamiques	• Les actions principales peuvent souvent être réduites à des grandeurs statiques peu dispersées et n'évoluent guère dans le temps dont la variabilité peut souvent être totalement négligée.
Pour les critères de rupture	
La valeur d'un ou de plusieurs éléments n'entraine pas nécessairement une ruine totale, mais il existe par contre un grand nombre de mécanismes possibles de rupture partielle ou généralisée. La prise en considération de tous ces modes de rupture, ainsi que du comportement des éléments après rupture (plastification en flexion, par exemple) reste encore un sujet de discussion et de recherche loin d'être épuisé.	• La rupture fait rarement appel à des mécanismes multiples complexes, au point que la plupart des travaux publiés négligent erronément les interaction et corrélations entre ces modes de rupture (par exemple dans le cas des murs de soutènement).
Pour le calcul de l'indice de fiabilité β	
Les valeurs – objectifs de P_f sont en général très faible. Cette caractéristique, ajoutée aux grands nombres de variables aléatoires régissant les problèmes, autorise l'usage des méthodes de première ordre avec un	Les niveaux relativement plus élevés de P_f, les dispersions importantes et la diversité des distributions de probabilité devraient en toute logique conduire a utiliser des méthodes rigoureuses pour le calcul de P_f. Toutefois, la faible quantité de données

calcul de P_f par $\Phi(-\beta)$ en application directe du théorème – limite. de nombreuses techniques ont été proposées pour améliorer la qualité des résultats, mais elles utilisent toujours des distributions normales.	disponibles empêche de décrire complètement les formes des distributions et des choix empiriques nécessaires conduisent à un manque d'homogénéité des résultats. [1]

Tableau 3.1 : Evolution des méthodes probabilistes en Génie civil

On pourrait tirer plusieurs conclusions de ce tableau en disant que :

- Les géotechniciens sont rebrités par certains aspects mathématiques auxquels leurs collègues des structures plus familiarisés.
- Les géotechniciens se trouvent face à des matériaux que la nature a doté de caractéristiques éminemment variables dans l'espace et le temps, par contre les ingénieurs de structure ont à leur disposition des matériaux qui obéissent de mieux en mieux à leurs désirs et que la technologie moderne peut fabriquer avec des tolérances très serrées. Il est important de reconnaître que cette approche fournit les éléments nécessaires pour l'optimisation au sens large.

Un des objectifs du présent travail est ainsi de montrer que l'adoption de ce type d'approche n'est pas une question d'école,_a laquelle on adhère ou non, mais quelle résulte en droite ligne d'une observation objective des phénomènes naturels_et d'une analyse fondée sur un raisonnement logique.

Un critère de « probabilité de rupture socialement acceptable » avait été introduit par *Casagrande* qui parlait « de risque calculé » dans sa *Terzaghi* lecture de 1964. Ce risque calculé prenait en considération les facteurs économiques et les pertes en vies résultant d'une rupture. *Whitman* (1984) a développé les notions de dimensionnement économique optimal, tandis que *Rosenblueth* (1987) [52] a complété l'approche en y incluant une estimation de la valeur économique des pertes humaines. [20]

5. Méthode pratique de calcul probabiliste :

5.1. Méthode classique :

Les techniques classiquement utilisées ⟶ données du problème (à savoir) :

- La distribution de probabilité des variables aléatoires

- Le modèle de rupture

⟶ Résultats, c'est-à-dire une estimation de la fonction de distribution de probabilité d'une fonction des variables aléatoires (P_f ou P_s).

5.2. Méthode analytique directe :

Le principe de ces méthodes est assez facile à exprimer connaissant les distributions de probabilité des variables aléatoires $X = X_1,.....,X_n$, c'est-à-dire la fonction de distribution de probabilité couples $f_X(X_1,.......,X_n)$ et étant donné une fonction scalaire $y = y(x)$ de ces variables aléatoires, on détermine la fonction de distribution de probabilité de cette fonction soit $f_y = f_y[y(x)]$ cette méthode est possible dans les cas simples comme : [2]

Les combinaisons linéaires de variables aléatoires gaussiennes :

y(x) est de la forme $y = \sum a_i x_i$, les variables aléatoires $X = X_1,.....,X_n$ ont une fonction de distribution de probabilité couplées $f_X(X_1,.......,X_n)$ de forme normale multi varié, et on démontre que $f_y = f_y[y(x)]$ est aussi de forme normale.

L'approximation de premier ordre FOSM (*Hasofer et al* 1974)[53] utilise cette propriété en linéarisant la fonction de rupture en un point particulier de l'espace des variables X appelé point de dimensionnement et en utilisant des variables $X = X_1,.....,X_n$ réduites, non corrélées de moyenne nulle et de variance unitaire. Il s'agit dans ce dernier cas d'une application d'un résultat fondamental en théorie des probabilités connu sous le nom de théorème limite.

Les fonctions simples d'une ou deux variables aléatoires :

Il existe plusieurs forme simple de la fonction $y = y(x)$ permettant d'obtenir la fonction de distribution de probabilité $f_y = f_y[y(x)]$ sous une forme de y et en $f_{xi} = f_{xi}[xi]$

Exemple :

$$y = a + bx \Rightarrow f_y(y) = \frac{1}{|b|} f_x\left(\frac{y-a}{b}\right) \tag{3.2}$$

$$y = X_1 * X_2 \Rightarrow f_y(y) = \int f_{X1}(u) f_{X2}(y-u)du \tag{3.3}$$

$$y = \frac{X_1}{X_2} \Rightarrow f_y(y) = \int |u| f_{X1}(y.u) f_{X2}(u)du \tag{3.4}$$

Dans ces méthodes on calcul une sollicitation généralisée S et une résistance généralisée R mobilisable, avec un choix à priori d'un schéma de rupture unique, on compare $Fs = \frac{R}{S}$

appelé coefficient de sécurité avec une valeur limite minimum choisie, la stabilité des pentes la force portante des fondations sont abordées classiquement par de telles méthodes et les premières applications probabilistes en mécaniques des sols ont simplement consisté à :

- Remplacer les valeurs déterministes de R et S par leurs équivalents probabilistes, à savoir les deux fonctions de distributions de probabilité $f_R(R)$ *et* $f_S(S)$.

  Définir ensuite la probabilité de rupture P_f par :

  $$P_f = P[Fs \leq 1] = P\left[\frac{R}{S}\right] \leq 1 = P[(R-S) \leq 0]$$ ce qui conduit au modèle (R,S). (3.5)

La principale critique à formuler a l'encontre de ce modèle est l'ignorance de la corrélation entre R (La capacité, la résistance mobilisable) et S (La sollicitation, la résistance strictement nécessaire). Cette corrélation résulte de la présence dans R(X) et dans S(X) des mêmes variables aléatoires.

Par contre *Harr* (1977) préconise l'utilisation du modèle (C, D) [Capacité – Demande] en y introduisant un coefficient de corrélation ρ (C, D). Il obtient des fonctions simples de forme normale et log-normale pour C et D, toute fois il n'étudie pas directement la corrélation entre les paramètres statistiques de C et D, l'indice β et le cœfficient de sécurité défini de manière traditionnelle. [1]

5.3. Equation d'état limite linéaire avec plusieurs variables :

Dans le cas de plusieurs variables aléatoires (x_i) ; on peut définir la marge de sécurité Z comme suit : [14]

$$Z = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{3.28}$$

X_i : Variables aléatoires, possédant chacune des valeurs moyennes m_i et des écarts types σ_i.

- Un état d'équilibre limite du talus est atteint lorsque Z=0

$$Z = f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \tag{3.29}$$

On peut exprimée la marge de sécurité Z, en utilisant les valeurs de calcul x_i^* .

$$Z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0 \tag{3.30}$$

Dans ces conditions :

- La valeur moyenne de la marge de sécurité est donnée par :

$$m_z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^* m_i x_i \tag{3.31}$$

L'écart type de la marge de sécurité est donnée par : (3.32)

$$\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.33}$$

Après remplacement dans les équations l'indice de sécurité β on obtient :

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} \approx \frac{m_z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*(m_i - x_i)}}{\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{3.34}$$

Donc :

$$\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \alpha \sigma_i \right) \right] \tag{3.35}$$

Le facteur de sensitivité α_i prend la valeur :

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \sigma_i}{\left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{3.36}$$

α_i^2, décrit la portion de dispersion d'un paramètre de base X_i par rapport à la dispersion totale dans le point de calcul, la condition suivante doit être vérifiée :[1]

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 = 1 \tag{3.37}$$

Remplaçant les équations dans l'égalité $\beta = \frac{m_z}{\sigma_z}$, on à :

$$f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^* m_i - x_i - \alpha_i \beta_i \sigma_i = 0 \quad (3.38)$$

On sait que : $Z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0$

$$m_i - x_i - \alpha_i \beta_i \sigma_i = 0 \quad (3.39)$$

Dans le système d'axe (R-S), l'équilibre est vérifié si :

$$V(x_i^*, x_2^*, ..., x_j^*) \leq R(x_{j+1}^*, ..., x_n^*) \quad (3.40)$$

5.4. Détermination des facteurs de sécurité partiels :

Le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité, se base sur les facteurs de sécurité partiels au lieu des facteurs de sécurité globaux. [9]

La condition d'équilibre pour la stabilité des talus vis-à-vis du glissement s'écrit :

$$R_d \geq V_d \quad (3.41)$$

Avec :
R_d : Valeur caractéristique de la résistance.
γ_S : Facteur de sécurité partiel de la résistance.
V_d : Valeur de calcul de la sollicitation.

$$V = V_K \gamma_{G,q} \quad (3.42)$$

V_k : Valeur caractéristique des sollicitations.
$\gamma_{G,k}$: Facteur de sécurité partiel des charges permanente et des charges variables.

Donc la Condition d'équilibre s'écrit :

$$V(\gamma_{F1} V_{k,1}, \gamma_{F2} V_{k,2}, ...) \leq R(\frac{R_{k,1}}{\gamma_{S1}}, \frac{R_{k,1}}{\gamma_{S2}}) \quad (3.43$$

6. Calcul de fiabilité – Cas élémentaire R-S [23]

Supposons qu'une structure simple (par exemple une barre d'acier soumise à un effort de traction) est caractérisée par une variable unique de sollicitation S et une variable unique de résistance R. La marge de sécurité sera définie par : *M =R -S.* Si les variables R et S sont des

paramètres incertains, ces variables seront représentées par deux variables aléatoires de moyennes respectives μ_R et μ_S et d'écart-types respectifs σ_R et σ_S. Une corrélation peut exister entre R et S. Elle est représentée par le coefficient de corrélation ρ_{RS} . La moyenne et l'écart-type de la marge de sécurité seront donnés par : $\mu_M=\mu_R-\mu_S$. et
$\sigma_M{}^2 = \sigma_R{}^2 + \sigma_S{}^2 - 2\rho_{RS}\sigma_R\sigma_S$.Si R et S sont indépendantes, l'écart-type de la marge de sécurité sera donné par : $\sigma_M{}^2 = \sigma_R{}^2 + \sigma_S{}^2$.
Pour déterminer la probabilité de rupture de cette structure, nous supposons connaître la densité de probabilité (PDF) de M ou celles de S et R. La probabilité de rupture s'écrit comme suit : $P_f = P[M \leq 0]$ Elle correspond à la surface hachurée de la figure suivante :

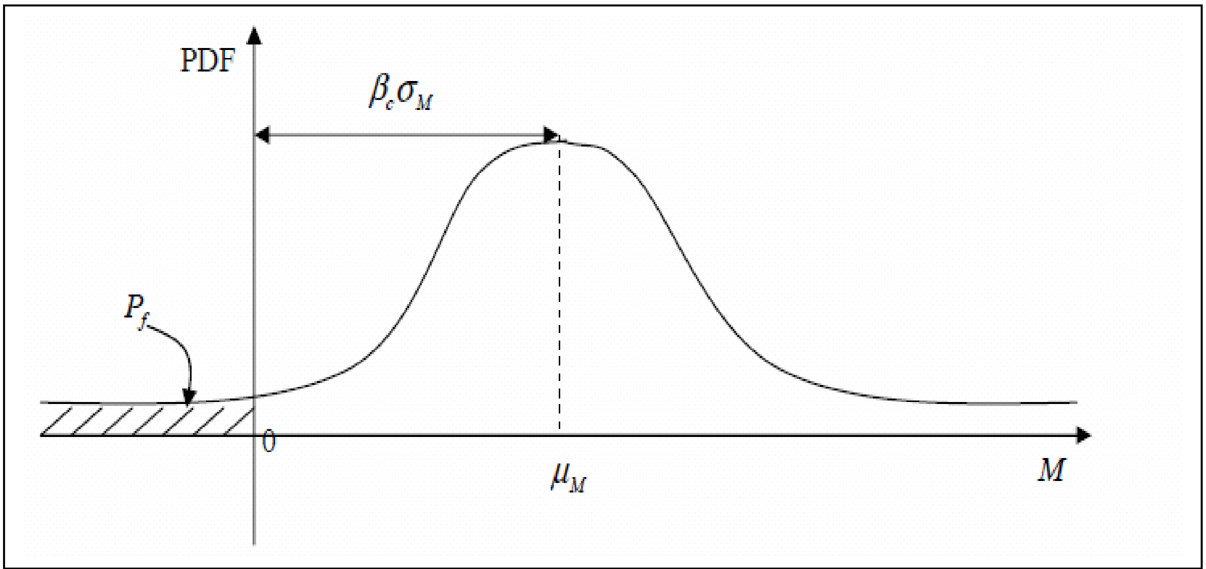


Figure 3.1: Distribution de la marge de sécurité M=R-S

7. Fonction de performance et surface d'état limite

En fiabilité, la surface d'état limite d'un ouvrage de Génie Civil (ou d'une composante d'un système mécanique) est définie comme étant l'ensemble des valeurs du vecteur aléatoire X pour lesquelles l'ouvrage se trouve juste à l'état limite de ruine. En termes mathématiques, la surface d'état limite séparant le domaine de défaillance du domaine de sûreté dans l'espace des variables aléatoires, est caractérisée par une fonction de performance G, nulle. L'équation $G(x)=0$ constitue dans un espace multidimensionnel une hyper surface. Le domaine de ruine ou de défaillance, F, correspond alors à la région $G(x) \leq 0$ et le domaine de sûreté à $G(x) > 0$

8. Indice de fiabilité

L'indice de fiabilité d'un ouvrage est une mesure de sa sûreté qui prend en compte les incertitudes inhérentes aux différentes variables d'entrée. Deux indices de fiabilité existent dans la littérature : L'indice de Cornell (1969) et l'indice de Hasofer-Lind (1974). [53]

8.1. Indice de Cornell

Cet indice s'exprime comme étant le rapport entre la moyenne de la fonction de

performance G et son écart-type $\beta_C = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$. (3.6)

L'indice de Cornell peut s'écrire aussi pour certaines fonctions de performance :

$$\beta_C = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (3.7)$$

En injectant les expressions de la moyenne et de l'écart-type de la fonction de performance adoptée. *M* =*R*-*S* dans figure (3.1), l'expression de l'indice de fiabilité de Cornell devient :

$$\beta_C = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^{\,2} + \sigma_S^{\,2}}} \quad (3.8)$$

L'indice de Cornell a été fréquemment adopté par les auteurs pour le calcul de la fiabilité en Géotechnique. Plusieurs auteurs l'ont utilisé pour évaluer la fiabilité des talus ou des barrages en terre (Chowdhury et Xu 1993, 1995 [49], Christian et al. 1994, Hassan et Wolff 1999, Liang et al. 1999, Malkawi et al. 2000, Bhattacharya et al. 2003) ; d'autres s'en sont servi pour calculer la fiabilité des canalisations enterrées (Benmansour et al. 1997).

8.2. Indice de Hasofer-Lind

Pour palier la non invariance de l'indice de Cornell, Hasofer-Lind (1974) ont proposé un autre indice qui est actuellement l'indice le plus utilisé pour la mesure de la fiabilité en Géotechnique. Cet indice est aussi l'indice utilisé dans toute la suite de cette thèse. Il est défini comme étant la distance minimale de l'origine du repère à la surface d'état limite dans l'espace des variables aléatoires normales centrées réduites non corrélées. Le calcul de cet indice est ramené donc à la résolution du problème d'optimisation suivant :

$$\beta_{HL} = \min\{d(u_k)\} = \min\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^{\,2}}\right) \quad (3.9)$$

sous la contrainte $G(u_k) \le 0$

Où u_k est le vecteur des variables aléatoires dans l'espace des variables aléatoires normales centrées réduites non corrélées.

9. Probabilité de ruine

Étant donné un vecteur de n variables aléatoires X et une fonction de performance définie par G(x), la probabilité de ruine *Pf* est définie par :

$$P_f = \int_{G(x)\leq 0} f(x)dx \tag{3.10}$$

Où $f(x)$est la fonction densité de probabilité conjointe des variables aléatoires X. Par exemple, dans le cas de deux variables aléatoires R (résistance) et S (sollicitation), l'intégrale (3.10) représente le volume situé dans le domaine de rupture et délimité par la surface de la fonction densité de probabilité conjointe *fRS* et la surface d'état limite. La figure (3.2) (Melchers 1999) [54] présente la fonction densité conjointe f_{RS} des deux variables aléatoires R et S délimitée par la fonction d'état limite [1].

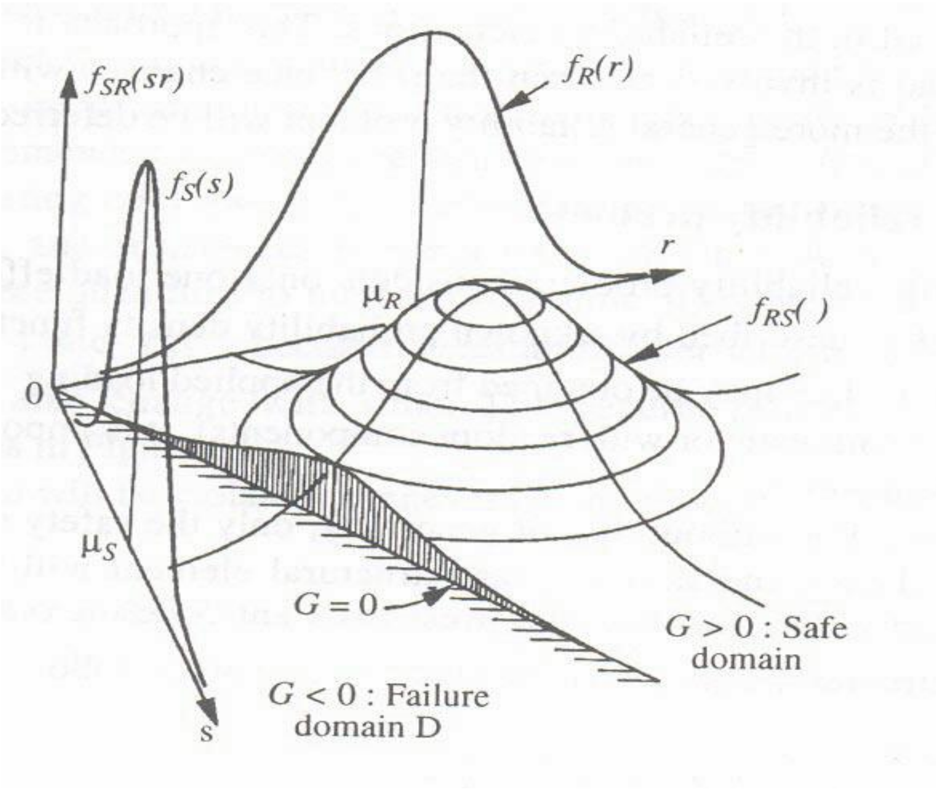


Figure 3.2 : Densité de probabilité conjointe et surface d’état limite de deux variables aléatoire R et S (Melchers 1999) [54].

En introduisant la fonction indicatrice *I (x)* définie par :

$$G(X)= \begin{cases} 1 \text{ si } G(X)\leq 0 \\ 0 \text{ si } G(X)>0 \end{cases} \quad (3.11)$$

L'intégrale qui donne la probabilité de ruine (équation 3.10) peut s'écrire :

$$P_f = \int_{\Omega} I(x) f(x) dx \quad (3.12)$$

où Ω est le domaine entier. L'évaluation analytique de cette intégrale est très difficile, voire impossible dans la plupart des cas. Plusieurs méthodes sont suggérées dans la littérature pour le calcul de la probabilité de ruine. La méthode FORM (First Order Reliability Method) et la méthode SORM (Second Order Reliability Method) fournissent des solutions approchées. Cependant, les méthodes de simulation telles que la méthode de simulation de Monte Carlo (MC) ou la méthode du tirage d'importance (Importance Sampling IS) donnent une bonne estimation de la probabilité de ruine. Toutefois, ces méthodes sont numériquement très consommatrices en temps d'exécution. Dans le paragraphe suivant, on trouvera une brève description des méthodes utilisées dans cette thèse.

10. Théorie de la fiabilité du premier ordre

10.1. La méthode FORM

A partir de la méthode FORM et de l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind, la Probabilité de ruine peut être approchée par :

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) \quad (3.13)$$

où $\Phi(-\beta_{HL})$ est la fonction de répartition d'une variable normale standard. Dans cette méthode, la fonction d'état limite est approchée par un hyperplan (approximation du premier ordre) tangent à la surface d'état limite au point P* dit de « conception »

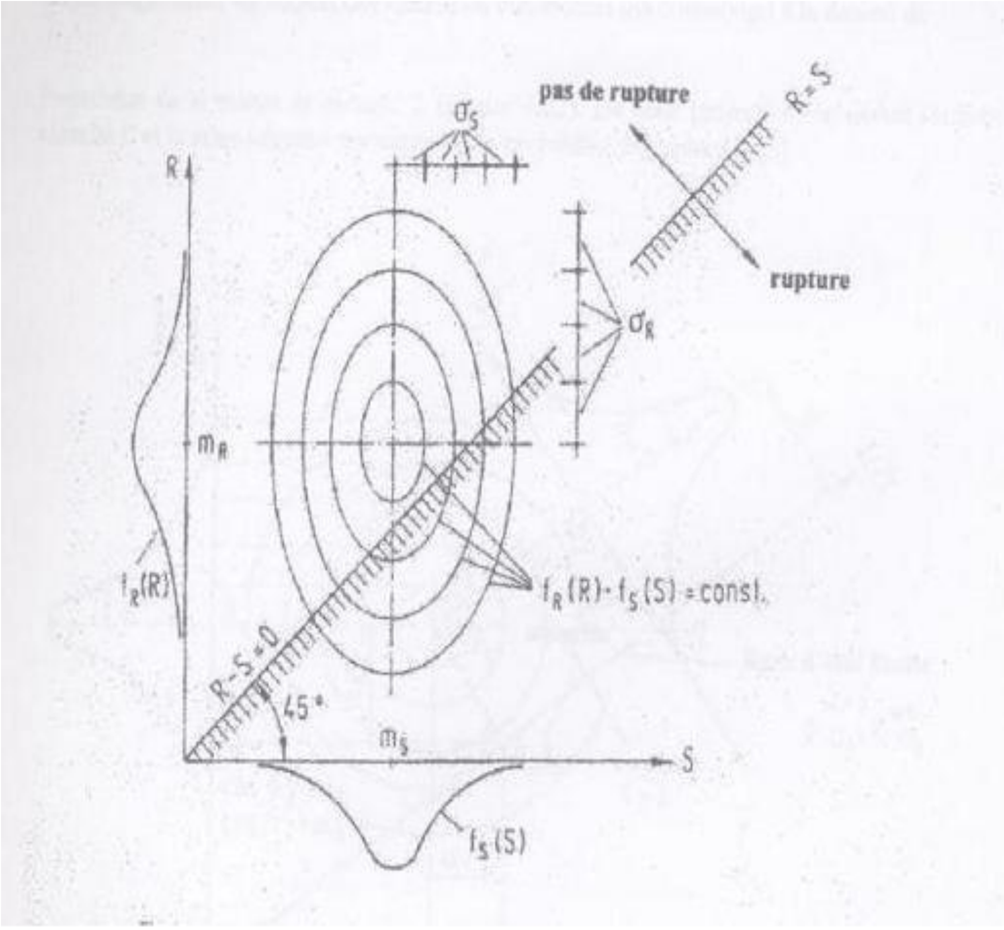


Figure 3.3 : Représentation de l'équation de l'état limite et des densités de distribution dans le système d'axe originel.

Pour déterminer l'indice de sécurité β, toutes les variables aléatoires non normales (R et S) doivent être transformées du plan originel au plan de distribution normale standardisée (m = 0, σ). La transformation est effectuée avec des procédés mathématiques adéquats, les coordonnées standardisées sont :

$$\overline{R} = \frac{R}{\sigma_R} \tag{3.14}$$

$$\overline{S} = \frac{S}{\sigma_S} \tag{3.15}$$

Et la densité de probabilité est égale :

$$\overline{\sigma_R} = \overline{\sigma_S} = 1 \quad (3.16)$$

Avec cette transformation les ellipses deviennent des cercles, l'équation d'état limite qui est souvent courbe est remplacée approximativement par une droite tangentielle. L'indice de sécurité β est la plus courte distante entre le milieu du cercle représentant la densité de probabilité cumulative, et la droite tangentielle approximative représentant l'équation d'état limite. Si on projette maintenant la densité de probabilité cumulative sur un plan perpendiculaire à la droite tangentielle, on obtient une courbe de distribution qui correspond à la densité de probabilité de la marge de sécurité Z. De cette projection, on déduit l'indice de sécurité β et la zone négative correspond à la probabilité de rupture P_f. [1]

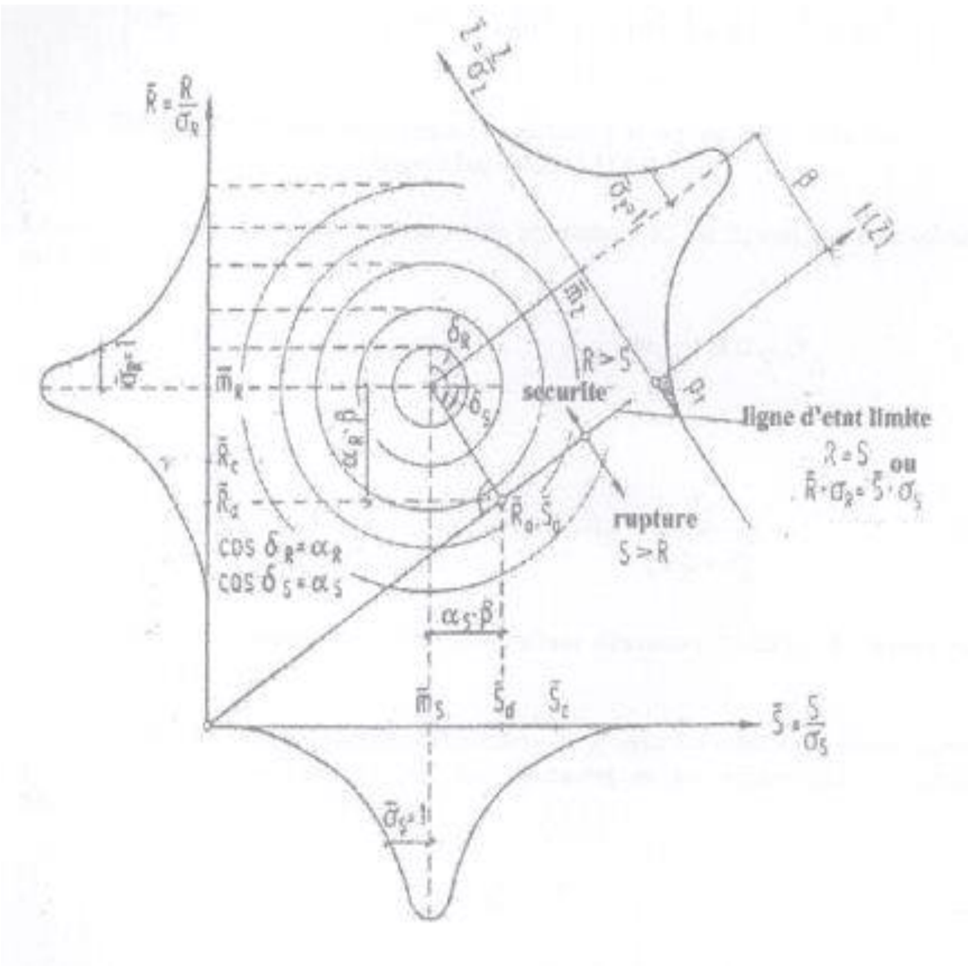


Figure 3.4 : Indice de sécurité et valeurs de calcul dans le système de coordonnées standardisées

11. Indice de sécurité et fonction de probabilité de rupture :

La relation mathématique entre la probabilité de rupture P_f et l'indice de sécurité β sur laquelle se base le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité : [55]

$$P_f = \Phi(-\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int \exp\left[\frac{1}{2}(\frac{Z}{\sigma_Z} - \beta)^2\right] d(\frac{Z}{\sigma_Z}) \qquad (3.17)$$

Avec : Φ(-β) fonction de distribution normale standardisée. Des exemples numériques sur cette dernière relation sont regroupés dans le tableau.
L'indice de sécurité β déterminé par cette méthode correspond à la sécurité minimale. La perpendiculaire abaissée du milieu du cercle donné par intersection avec la droite tangentielle. Le point le plus dangereux (point d) sur la courbe de l'équation d'état limite qui présente la plus grande probabilité de rupture.

Ce point est appelé le point de calcul et ces coordonnés R_d et S_d sont appelées valeurs de calculs :

$$R_d = m_R - \beta \alpha_R \sigma_R \qquad (3.18)$$

$$S_d = m_S - \beta \alpha_S \sigma_S \qquad (3.19)$$

Où

$$\sigma_R = -\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \qquad (3.20)$$

$$\sigma_S = -\frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \qquad (3.21)$$

Sont les facteurs de sensitivité (Cosinus directeurs). L'indice « d » signifie design (valeurs de calcul).
D'après le nouveau concept statistico – probabiliste de sécurité les résistances sont minorées et les sollicitations majorées par l'introduction de coefficient de sécurité partiels comme suit

$$R_d = \frac{m_R}{\gamma_R} \qquad (3.22)$$

$$S_d = \gamma_S m_s \qquad (3.23)$$

Avec : γ_R et γ_S coefficient de sécurité partiels respectivement de résistance et de sollicitation, afin de vérifier la sécurité d'une structure, la relation suivante doit être satisfaite :

$$R_d > V_d \qquad (3.24)$$

A partir des équations les facteurs de sécurité partiels :

$$\gamma_S = 1 + \beta\alpha_S V_S \text{ avec } V_S = \frac{\sigma_S}{m_S} \tag{3.25}$$

Et

$$\gamma_R = \frac{1}{1 - \beta\alpha_R V_R} \text{ avec } V_R = \frac{\sigma_R}{m_R} \tag{3.26}$$

Ou V_R et V_S sont des coefficients de variation de résistance et de sollicitation.

Les facteurs de sensitivité (α_i) prennent des valeurs entre -1 et +1, α_i^2 décrit la portion de dispersion d'un paramètre de base X_i par rapport à la dispersion totale dans le point de calcul. Plus le facteur (α_i) est proche de l'unité, plus le poids probabilistique d'un paramètre de base est important.

La condition suivante doit être toujours vérifiée : $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 = 1$. (3.27)

Pour tenir compte des cas généraux, le nombre de variable aléatoire est souvent supérieur à 02 ce qui rend le calcul manuel pénible et incertain, le passage par le calcul automatique s'impose, dans notre cas le logiciel « ZUVAN » a été utilisé.

12. Equation d'état limite linéaire avec plusieurs variables :

Dans le cas de plusieurs variables aléatoires (x_i) ; on peut définir la marge de sécurité Z comme suit : [22]

$$Z = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{3.28}$$

X_i : Variables aléatoires, possédant chacune des valeurs moyennes m_i et des écarts types σ_i.

- Un état d'équilibre limite du talus est atteint lorsque Z=0

$$Z = f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \tag{3.29}$$

On peut exprimée la marge de sécurité Z, en utilisant les valeurs de calcul x_i^* .

$$Z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0 \tag{3.30}$$

Dans ces conditions :

- La valeur moyenne de la marge de sécurité est donnée par :

$$m_z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^* m_i x_i \tag{3.31}$$

L'écart type de la marge de sécurité est donnée par :

$$\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.32}$$

Après remplacement dans les équations l'indice de sécurité β on obtient :

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} \approx \frac{m_z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*(m_i - x_i)}}{\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{3.33}$$

Donc :

$$\sigma_z \approx \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \alpha \sigma_i \right) \right] \tag{3.34}$$

Le facteur de sensitivité α_i prend la valeur :

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \sigma_i}{\left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} P^{*\sigma_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \tag{3.35}$$

α_i^2, décrit la portion de dispersion d'un paramètre de base X_i par rapport à la dispersion totale dans le point de calcul, la condition suivante doit être vérifiée :[1]

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 = 1 \tag{3.36}$$

Remplaçant les équations dans l'égalité $\beta = \dfrac{m_z}{\sigma_z}$, on à :

$$f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} P^* m_i - x_i - \alpha_i \beta_i \sigma_i = 0 \tag{3.37}$$

On sait que : $Z = f(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*) = 0$

$$m_i - x_i - \alpha_i \beta_i \sigma_i = 0 \tag{3.38}$$

Dans le système d'axe (R-S), l'équilibre est vérifié si :

$$V(x_i^*, x_2^*, ..., x_j^*) \leq R(x_{j+1}^*, ..., x_n^*) \tag{3.39}$$

13. Détermination des facteurs de sécurité partiels :

Le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité, se base sur les facteurs de sécurité partiels au lieu des facteurs de sécurité globaux. [22]

La condition d'équilibre pour la stabilité des talus vis-à-vis du glissement s'écrit :

$$R_d \geq V_d \tag{3.40}$$

Avec :
R_d : Valeur caractéristique de la résistance.
γ_S : Facteur de sécurité partiel de la résistance.
V_d : Valeur de calcul de la sollicitation.

$$V = V_K \gamma_{G,q} \tag{3.41}$$

V_k : Valeur caractéristique des sollicitations.
$\gamma_{G,k}$: Facteur de sécurité partiel des charges permanente et des charges variables.

Donc la Condition d'équilibre s'écrit :

$$V(\gamma_{F1}V_{k,1},\gamma_{F2}V_{k,2},...........)\leq R(\frac{R_{k,1}}{\gamma_{S1}},\frac{R_{k,1}}{\gamma_{S2}}) \tag{3.42}$$

13.1. Vérification de la fiabilité :

L'étude probabiliste doit être précédée tout d'abord d'une étude déterministe du problème, autrement dit, toute vérification de fiabilité d'une structure doit suivre l'ordonnancement suivant : [1] [55]

13.2. Calcul probabiliste :

Le calcul de l'indice de sécurité β ou la probabilité de rupture Pf se fait itérativement en utilisant un logiciel de calcul intitulé « ZUVAN » basé sur la théorie de fiabilité du 1ére ordre développée à l'université de WEIMAR en Allemagne. [16]

Dans le logiciel cité ci-dessus les différentes lois de distribution sont programmées et le calcul de β et de Pf peut se faire selon deux algorithmes :

- **L'algorithme de Spaethe**.

Il tient compte de la corrélation entre les paramètres de cisaillement du sol **φ'** et c'selon la théorie citée ci-dessus.

- **L'algorithme de Rackwitz / Feibler.**

Il ne tient pas compte de la corrélation entre les paramètres de cisaillement du sol **φ'** et c'.

Le choix de l'un des deux algorithmes nous impose l'implantation dans le programme de calcul de l'équation d'état limite pour chaque cas étudié et après plusieurs itérations effectuées on obtient l'indice de sécurité β et la probabilité de rupture P_f qui correspond bien sur aux paramètres de l'état du modèle limite retenu déterminée à l'aide du programme Delphi et une charge bien définie en utilisant la méthode cinématique des solides rigides.

Pour cela on admet que les valeurs caractéristiques des paramètres de base aléatoires sont des valeurs moyennes typiques utilisées dans le traitement des problèmes du sol en géotechniques tout en sachant que l'angle de frottement interne du sol et sa cohésion sont inversement proportionnels la charge varie de 10 à 100kpa.
Le principe de fonctionnement du logiciel « Zuvan » est expliqué ci-dessous : [22]

ORGANIGRAME DU CALCUL DE P_f

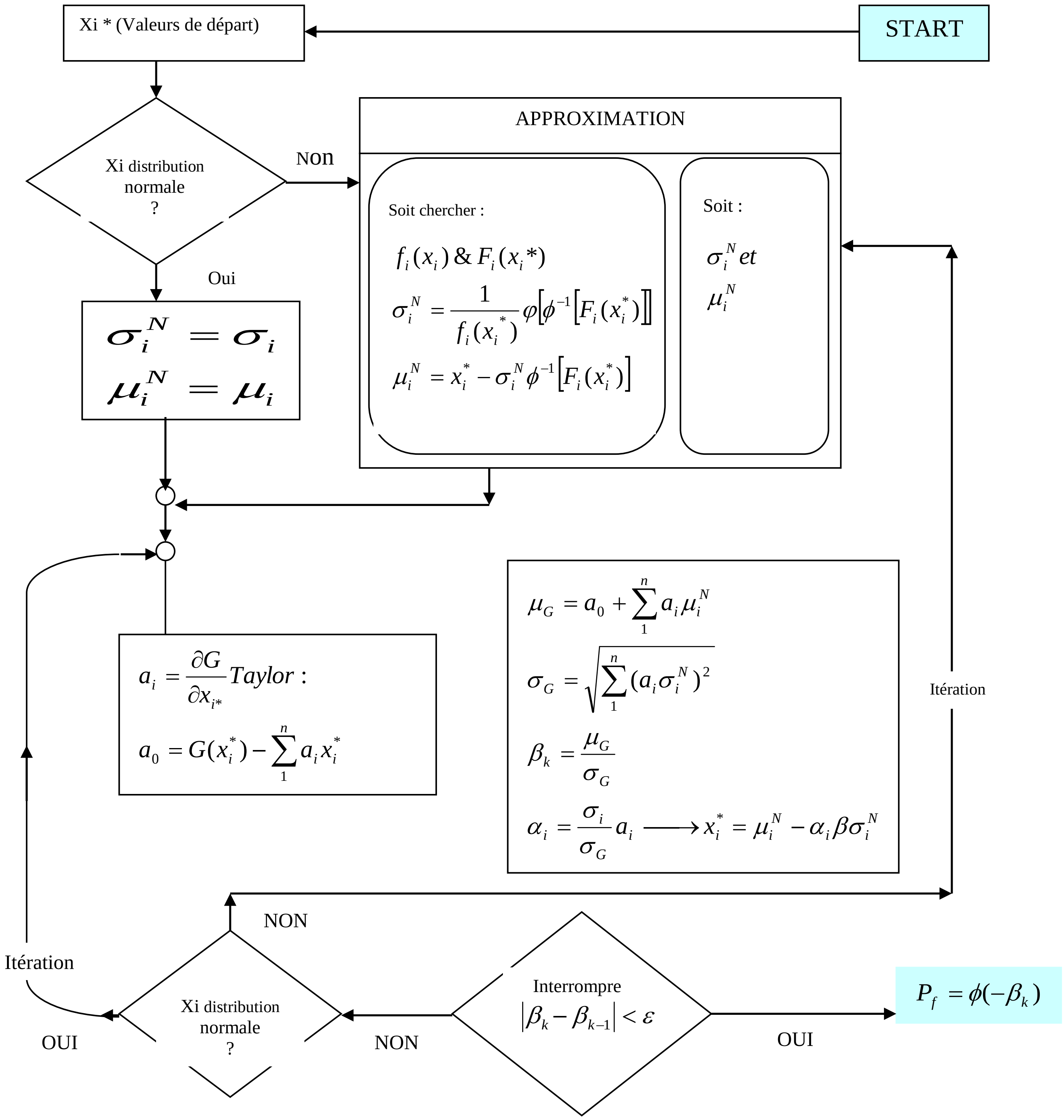


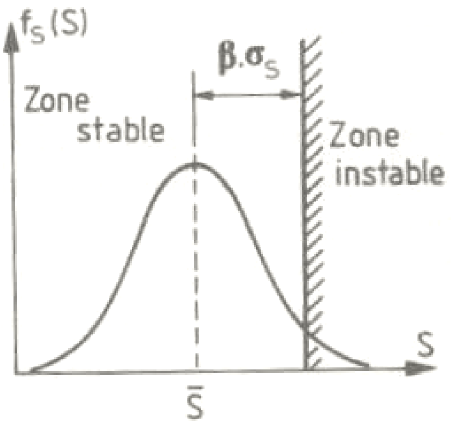
Figure :3.5 Organigramme du calcul de Pf

13.3. Méthode F.O.S.M (First Order Second Moment)

Le travail de *Hasofer et al* (1974) et celui de Lind (1977) a posé les principes de cette technique d'approche sur des hypothèses précisées et en suivant un développement absolument rigoureux. [53]

La fonction de distribution de probabilité des variables aléatoires connues $X = X_1,....., X_n$ par les moments statistiques d'ordre 1 et 2 (moyenne et covariances) ces variables X sont avec les paramètres fixes $P = P_1, P_2,......, P_n$; les grandeurs qui interviennent dans le dimensionnement :
-On cherche Pf en fonction d'un critère de rupture sous la forme $F(X, P) = 0$ elle est basée sur une seule hypothèse concernant la définition de la probabilité.
-On introduit l'indice de fiabilité β qui mesure la distance minimum dans l'espace des variables aléatoires X séparant le point moyen de la distribution de la surface exprimant le critère de rupture F (X, P) =0.
-Cette distance est mesurée en écart type ce qui permet de l'exprimer sous la forme d'un coefficient sans dimension. [22]

L'illustration à une et deux dimensions de ce concept est très simple et permet de visualiser cette notion.



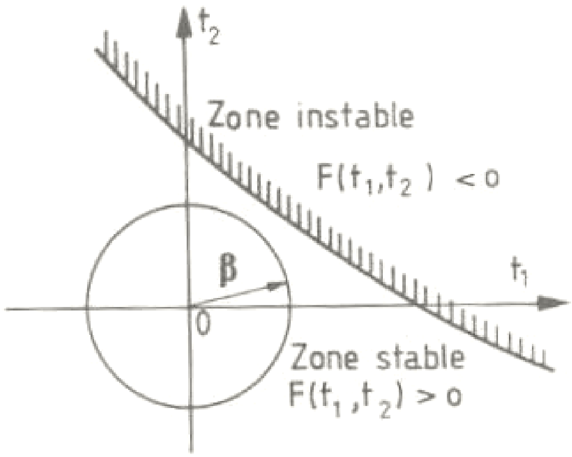


Figure 3.6 : Critère de rupture (R, S)

Figure 3.7 : Critère de rupture en (V.A.R) (t_1, t_2)

- La figure (3.5) à une dimension correspondant au modèle (R, S) dont R est une grandeur déterministe (Un paramètre fixe de type P) et la sollicitation S est la seule variable aléatoire X.

- La figure(3.6) à deux dimensions est tracée en variables aléatoires réduites $T = \{t_1, t_2\}$de moyenne nulle et de variance unitaire obtenue par la transformation des variables aléatoires originale $X = \{x_1, x_n\}$ par :

$$t_i = \frac{X_i - \overline{X_i}}{\sigma_{x,i}} \quad i = 1,2 \tag{3.43}$$

La fonction $F(T) = F(t_1, t_2) = 0$ définit un critère de rupture exprimé en ces mêmes unités réduites, qui divise l'espace des variables aléatoires T en une zone stable et une zone instable. Pour respecter la définition de la fiabilité un cercle (pour le cas à deux dimensions) de rayon β centré sur l'origine doit être entièrement compris dans la zone stable.

Ceci n'est valable que si les variables ne sont pas corrélées, c'est-à-dire si $\rho(t_1, t_2) = \text{cov}(t_1, t_2) = 0$ on peut alors considérer que leurs fonctions de distribution de probabilité couplée *fy(T)* présente une forme à symétrie de révolution autour de l'origine, avec des courbes de niveau circulaire. En se fixant une valeur de β et en exigeant que le cercle de rayon β soit entièrement dans la zone stable on impose en fait que la majeure partie de la fonction de distribution de probabilité couplée soit concentrée à l'intérieur de ce cercle, ce qui entraînera que P_f reste inférieure à la valeur de dimensionnement choisie.
L'utilisation de variables aléatoires réduites de type T permet d'avoir des échelles comparables sur chaque axe et d'obtenir des résultats indépendants des unités physiques de mesure des variables aléatoires initiales.

14. Hypothèses et paramètres de calcul :

Des valeurs du coefficient de variation de la cohésion non drainée Cu d'une argile ont été proposées par Phoon et Kulhawy (1999) variant de 10% à 55% résultant uniquement de la variabilité naturelle des paramètres de cisaillement du sol. Cet intervalle est obtenu à partir d'une étude exhaustive des données des essais in-situ. Et un coefficient de variation entre 5% et 45% obtenus à partir des essais de laboratoire.
Cherubini et al. (1993) qui ont regroupés les coefficients de variation de la cohésion non drainée de plusieurs auteurs préconisent un intervalle de 12% à 45% pour des sols moyens à forts. [1]
Pour notre cas nous avons opté pour une cohésion effective d'un sol frottant faible à fort avec des valeurs variant de 0 à 35[kN/m²].
Pour l'angle de frottement interne, un intervalle du coefficient de variation plus restreint que celui de la cohésion a été proposé dans la littérature.

Pour la plupart des sols, la valeur moyenne de l'angle de frottement interne effectif se situe typiquement entre 20° et 40°. A l'intérieur de cette fourchette, le coefficient de variation proposé par Phoon et Kulhawy (1999) est essentiellement entre 5% et 15%. [1]
Pour notre cas on a choisis des valeurs de l'angle de frottement effectif de 20 à 40.
Les coefficients de variations de tous les paramètres sont consignés dans le tableau 3.2 ….
Les couples φ**'** et c'sont consignés dans le tableau suivant :

φ’[°]	40	35	30	25	20
c’[kN/m²]	0	5	10	20	35

Tableau 3.2 – Couple[φ’et c’]

Les paramètres déterministes considérés dans notre travail sont :

- L’inclinaison du talus.
- L’inclinaison de la surface de glissement du solide 1 par rapport à l’horizontal θ_1.
- L’inclinaison de la surface de glissement du solide 2 par rapport à l’horizontal θ2.
- La hauteur du talus H.

Les variables aléatoires et leurs propriétés statistiques sont donnés par le tableau suivant :

Paramètres déterministes	Valeurs
Inclinaison β’ du talus	45°
Inclinaison θ_1 du solide 1 par rapport à l’horizontale	π/4 +φ’/2
Inclinaison θ_2 du solide 1 par rapport à l’horizontale	/
La hauteur du talus H	5m

Tableau 3.3 – Paramètres déterministes -

Variables aléatoires :

Paramètre	Type de distribution	Coefficient de variation [%]
φ’ [°]	Log-normal	7.5 - 10
c’ [kN/m²]	Log - normal	25
q [kN/m²]	Extrême Type I.	40
γ [kN/m^3]	Normale	5

Tableau 3.4 – Variables aléatoires -

15. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons exposé la théorie de la fiabilité, le modèle R-S, les méthodes classiques de la théorie de probabilité, la méthode FORM. Ainsi que les paramètres de choix qui sont utilisées dans notre travail.

METHODES CLASSIQUES

1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons rappeler brièvement le principe et les formules de calcul du coefficient de sécurité Fs adoptée par les méthodes classiques dites conventionnelles à savoir la méthode de Fellenius, de Bishop, Morgenstern et Price, jumbu et de perturbation.

Parmi les grands problèmes de tous les temps auxquels se trouvent confrontés les ingénieurs de génie civil et en particulier les mécaniciens des sols : les glissements de terrain et les instabilités des talus qui entraînent des désordres importants et graves sur les biens et les personnes.
Le terme glissement peut prendre plusieurs sens, il peut être défini comme le déplacement d'une masse de terrains meubles ou rocheux au long d'une surface de rupture par cisaillement qui correspond souvent à une discontinuité préexistante. Le mouvement est engendré par l'action de la gravité, des forces extérieures (hydrauliques ou sismique) ou une modification des conditions aux limites. Après la mise en mouvement la masse conserve globalement sa consistance et sa physionomie elle est donc toujours reconnaissable, ce qui permet donc de différencier les glissements de terrains des coulées de boues qui n'ont pas de forme propre.

Les glissements de terrain apparaissent préférentiellement le long des surfaces planes et tous types de matériaux. Ils correspondent au déplacement d'une masse de terrains meubles ou rocheux au long d'une surface de rupture (plane, circulaire ou quelconque). Selon la géométrie, on définit, trois types principaux de glissements :

- Glissement plan (Moment au long d'une surface sensiblement plane), il se produit généralement en milieu rocheux.
- Glissement circulaire ou rotationnel : surface de glissement plus ou moins circulaire, c'est un mouvement caractérisé en général par l'existence d'une zone de départ nette et par un bourrelet frontal plus ou moins marqué. Le remaniement interne dépend de la nature des terrains meubles dans les roches homogènes à faible cohésion ou très divisées.
- Glissement quelconque : Le mouvement est très semblable au précèdent dans son allure externe mais la section verticale de la surface de glissement est de forme irrégulière, il s'agit souvent d'une combinaison des deux cas précédents [55].

2. Facteurs aggravants :

Les facteurs provoquant ces glissements sont multiples nous pouvons cités les plus importants.

- Une diminution des résistances du sol notamment les caractéristiques mécaniques tel que l'angle de frottement interne des argiles sous l'effet de l'eau, et la cohésion du sol.
- Une augmentation des charges en amont, comme la construction d'un ouvrage ou des dépôts nouveaux de toute nature.
- Une diminution des appuis en pente qui constituait une butée pour le talus, comme un terrassement mal pensé et trop raide, ou à une échelle différente le retrait d'un glacier.

- Plus rarement, un facteur déclenchant peut intervenir telle qu'une vibration de machine une explosion ou un séisme (Les séismes peuvent être des facteurs indirects en réorganisant les écoulements d'eau souterrains).

Malgré les efforts fournis jusqu'à maintenant pour tenter de maîtriser le phénomène de glissement, l'étude des talus qu'ils soient en remblais ou en déblais se heurte à une difficulté majeure, soit la variation des paramètres mécaniques dont dépend le comportement de ces ouvrages (Frottement interne, cohésion, pression interstitielle et les caractéristique géométriques (hauteur et inclinaison des talus, surcharge,).

3. Méthodes classiques :

Les méthodes classiques proposées par plusieurs auteurs (Taylor en 1937, Bishop 1954, Fellenius en 1936) supposent un sol homogène, une surface de rupture circulaire tout en subdivisant la masse de sol successible de glisser en plusieurs tranches en utilisant la méthode des équilibres limites qui supposent une rupture le d'une surface potentielle.

La masse au-dessus de cette surface est considérée comme un corps rendu libre simple ou composé de tranches. Son équilibre est étudié souvent en émettant des hypothèses simplificatrices. Les efforts sollicitant et résistants le long de la surface de glissement peuvent être estimés et un coefficient de sécurité S_f défini, d'autres surfaces de glissements sont considérés jusqu'à obtenir la surface critique qui correspond au coefficient de sécurité minimum. Malgré les calculs fastidieux auxquels font appels les méthodes classiques, elles ont été d'une large utilisation jusqu'à ce que le calcul à la rupture apparaisse et qui est certainement le mode de raisonnement le plus anciennement usité pour tenter d'apporté une réponse au problème posé [10].

Dans ce chapitre, nous allons rappeler brièvement le principe et les formules de calcul du coefficient de sécurité Fs adoptée par les méthodes classiques dites conventionnelles à savoir la méthode de Fellenius, de Bishop, Morgenstern et Price, jumbu et de perturbation.

4. Méthodes utilisées dans le logiciel Géo -Slope

Il y a plusieurs méthodes à la rupture de calcul de stabilité de pente notamment les méthodes des Perturbations, simplifiée de Bishop, de Fellenius, de Morgenstern et Price, de Jambu, Toutes ces méthodes sont basées sur les hypothèses communes des méthodes à la rupture à savoir :

- La rupture se fait dans un plan (analyse bidimensionnelle) ;
- La courbe de rupture est de bonne allure ;
- Les forces extérieures d'entraînement sont le poids et les surcharges ;
- Le problème est statique ;
- Les lois de la mécanique des milieux continues s'appliquent au sol ;
- Le déplacement du sol est rigide dans le cas de surfaces circulaires ;
- La relation de Terzaghi est vraie : $\sigma' = \sigma - u$;

- .La loi de Mohr Coulomb s'applique à la rupture : τ = c + σ tanφ ;
- Un coefficient de sécurité est défini comme le rapport de la contrainte de cisaillement maximale mobilisable à celle nécessaire à l'équilibre du sol ;
- Le coefficient de sécurité est constant le long de la courbe de rupture.

Mais pour notre cas, nous allons appliquer le logiciel (Géo- slope) qui utilise des méthodes classiques type : Fellenius, Bishop et Jambu ainsi que des méthodes aux éléments finies. Et sachant que les facteurs de rupture sont de quatre ordres :

- Diminution de la résistance : altération, saturation, échanges ioniques, dessiccation, dissolution…
- Modification des conditions de « support » (érosion, marées, gel, gonflement, facteurs humains…)
- Surcharges : facteurs naturels (pluie, débris,) et anthropiques (construction, mise en eau de barrage …)
- Séismes et vibrations d'origine humaine (vibrations de train, séismicité induite par les barrages, tirs de mines…)

Toutes ces méthodes sont des méthodes par tranches, dont le principe est de diviser la partie du talus susceptible de glisser en plusieurs tranches ou lamelles verticales afin d'étudier l'équilibre de chaque tranche de sol, en prenant en compte toutes ou seulement quelques-unes des forces agissant sur la tranche. Elles diffèrent généralement par la prise en compte ou non de toutes ces forces qui agissent, mais certaines utilisent des hypothèses simplificatrices.

1. Méthode simplifiée de Bishop.

Cette méthode a été mise en application depuis 1955 par Bishop :
Types de méthode : Méthode à la rupture par tranches verticales.
Type de courbe de rupture analysée : cercle

Hypothèses :

Hypothèses communes aux méthodes de calcul à la rupture.

Hypothèses spécifiques :

La contrainte normale à la base de la tranche s'applique au milieu de celle-ci ;
Les résultantes verticales des forces inter tranches est nulle et vérifient :

$$\sum (V_n - V_{n+1}) \frac{\tan\varphi^{-1}}{m(\alpha)} \qquad (4.1)$$

4.1.1. Principe de résolution :

Pour chaque tranche, on résout l'équilibre vertical des forces, et l'équilibre global des moments donne le coefficient de sécurité.

4.1.2. Résultat :

Le coefficient de sécurité est :

$$F_S = \frac{1}{\sum W \sin\alpha} \sum \frac{(W - ub)\tan\alpha + c'b}{m(\alpha)} \qquad (4.2)$$

Où

$$m(\alpha) = \cos\alpha + \sin\alpha \frac{\tan\alpha}{F} \qquad (4.3)$$

Cette équation étant intrinsèque, on la résout par itération, en prenant parfois la valeur donnée par méthode de Fellenius comme point de départ.

Remarque : *Dans la méthode rigoureuse, le facteur de sécurité dépend de la différence pour chaque tranche des forces verticales inter tranches. Il faut alors faire une hypothèse quant à cette différence, et la plus simple est de la supposer nulle, ce qui donne la méthode simplifiée de Bishop.*

Cette méthode est utilisée dans beaucoup de logiciels, et sert souvent de référence pour valider de nouveaux logiciels ou méthodes de calculs. Bien que la solution ne vérifie que l'équilibre des moments, des études montrant que le coefficient de sécurité n'est pas très sensible à l'inclinaison de la résultante des forces inter tranches prouvent que la méthode simplifiée de Bishop est fiable.

Elle peut cependant être en défaut pour des cercles profonds, certains termes devenant faussement prépondérant. Il est d'autre part recommandé de prendre un nombre assez important de tranches (supérieur à 30).

D'autre part la prise en compte de l'eau diffère suivant les programmations et suivant la correction apportée lorsque $m(\alpha)$ tend vers zéro. Plusieurs méthodes de Bishop coexistent donc pouvant conduire à des résultats variant jusqu'à 30 % si l'eau a un rôle important dans la stabilité des cas traités.

La méthode simplifiée de Bishop est la plus utilisée des méthodes de calcul en rupture circulaire. Et bien qu'elle possède un certain nombre d'imperfections son usage fréquent lui confère un statut d'une méthode de référence.

2. Méthode de Fellenius.

Type de méthode : Méthode à la rupture par tranches verticales
Type de courbe de rupture analysée : cercle

Hypothèses :

Hypothèses communes aux méthodes de calcul à la rupture

Hypothèses spécifiques :

La contrainte normale à la base de la tranche s'applique au milieu de celle-ci

Les résultantes horizontales et verticales des forces inter tranches sont nulles (la méthode élimine les efforts inter tranches).

4.2.1. Principe de résolution : Pour chaque tranche, on résout l'équilibre vertical des forces et l'équilibre global des moments donne le coefficient de sécurité.

4.2.2. Résultat : L'analyse conduit à la formule suivante pour le coefficient de sécurité :

$$F_S = \frac{\sum_{i=1} \frac{(c'b + W_i \cos^2\alpha - ub)\tan\alpha^{-1}}{\cos\alpha}}{\sum_{i=1} W_i \sin\alpha} \qquad (4.4)$$

***Remarques** : Cette méthode, très simple, sous-estime le coefficient de sécurité, et n'est utilisée parfois que pour donner une valeur au calcul du coefficient de sécurité dans d'autres méthodes.*

3. Méthode suédoise de Jambu.

Cette méthode date depuis 1956, mais elle a commencé à être mieux accessible et appliqué à partir de 1973 Par Jambu :

Type de méthode : Méthode des tranches

Type de courbe de rupture analysée : Ligne de rupture quelconque, cinématiquement admissible.

Hypothèses :

Hypothèses communes aux méthodes à la rupture

Hypothèses spécifiques :

Les efforts normaux et tangentiels sur la base d'une tranche s'appliquent au milieu de celle-ci.

Les efforts d'une tranche à l'autre sont réductibles à un vecteur unique dont le point d'application est au tiers inférieur de la tranche (donc le lieu des points d'application des forces inter tranches est supposé connu).

4.3.1. Principe de résolution : La masse de sol comprise entre la surface du terrain et la courbe de rupture est divisée en tranches verticales. On se donne le lieu des points d'application des forces inter tranches de manière à ce que l'équilibre des moments soit satisfaisant pour chaque tranche.

L'équation d'équilibre des forces donne le coefficient de sécurité. Celui-ci doit alors être corrigé par un facteur dépendant de l'allure de la courbe de rupture et des propriétés du sol.

La méthode simplifiée de Jambu donne le coefficient de sécurité de la pente ainsi que la ligne d'application des forces inter tranches, qui peut être contrôlée pour son réalisme.

4.3.2. Résultat :

$$F_S = \frac{\sum_i \tau.\Delta x(1+tg^2\alpha)}{E_a - E_b + \sum_i \left[\Delta Q + (p+t)\Delta x.tg\alpha\right]} \qquad (4.5)$$

Remarques : *Seul l'équilibre des forces est satisfait. Le facteur correctif, découlant de la méthode rigoureuse de Jambu, peut ne pas être adapté à des problèmes complexes. Il est recommandé de prendre des tranches fines.*

La méthode de Jambu est la plus proche de la réalité. Elle considère le talus le plus général possible, une surface de glissement quelconque, ainsi que l'effet de toutes les réactions inter lamelles.

4. Back Analysis - Analyse Inverse.

Condition : le glissement s'est déjà produit

Avantages :

- Le glissement de terrain est un essai en vrai grandeur ;
- Evite les problèmes de remaniements d'échantillons ;
- Permet de comparer les résultats avec ceux des essais in situ et en laboratoire ;
- Prend en compte l'influence de la structure du sol, des surfaces de glissement préexistantes.

Hypothèses :

- Sol considéré homogène et poids volumique bien connu ;
- Topographie du glissement est connue ;
- Géométrie de la surface de glissement connue (si la surface supposée est plus profonde que la surface réelle, surestimer la cohésion et sous-estimer l'angle de frottement interne, et inversement) ;
- Pressions interstitielles au niveau de la surface de glissement connues.

4.4.1. Principe de la méthode :

Le glissement s'étant produit, le coefficient de sécurité est égal à l'unité : F = 1 (-ε). Par conséquent, pour la surface de glissement existante, les valeurs de la cohésion c', et de l'angle de frottement interne φ', sont celles qui conduisent à Fs = 1.

On effectue le calcul de stabilité avec un certain nombre de couples c' et φ'. Les vraies valeurs de la cohésion et du frottement interne appartiennent à l'ensemble de couples (c', φ') pour lesquels Fs = 1. Etant donné que F = f (c', φ', W, u)

Notons que le **facteur de sécurité ou coefficient de sécurité** est le rapport entre les forces qui s'opposent au glissement et celles qui le déclenchent.

Comme il y a indétermination sur la valeur exacte de la cohésion et du frottement interne, les solutions de confortement seront calculées avec quelques-uns de ces couples.

Si l'efficacité des solutions de confortement est identique pour tous les couples le probléme est résolu; on a les bonnes valeurs de la cohésion et du frottement interne. Dans le cas contraire, il faut alors réaliser des essais complémentaires pour déterminer les valeurs uniques de la cohésion et de l'angle de frottement interne.

Remarques : *Dans cette méthode il ne faut pas surestimer la position de la nappe phréatique. Si on suppose une nappe plus haute que celle existante en réalité on n'est pas du côté de la sécurité parce qu'on surestime la capacité du sol à résister à une nappe plus dangereuse.*

5. Calcul de la stabilité par le logiciel Géo - slope :

Les méthodes utilisées dans le logiciel Géo-slope sont adoptées pour l'évaluation des différents coefficient de sécurité en faisant variée la géométrie et les caractéristiques intrinsèques de chaque solides (φ' , c').

L'algorithme de calcul du coefficient de sécurité est détaillé ci-après.

Fonctionnement du logiciel Géo-slope

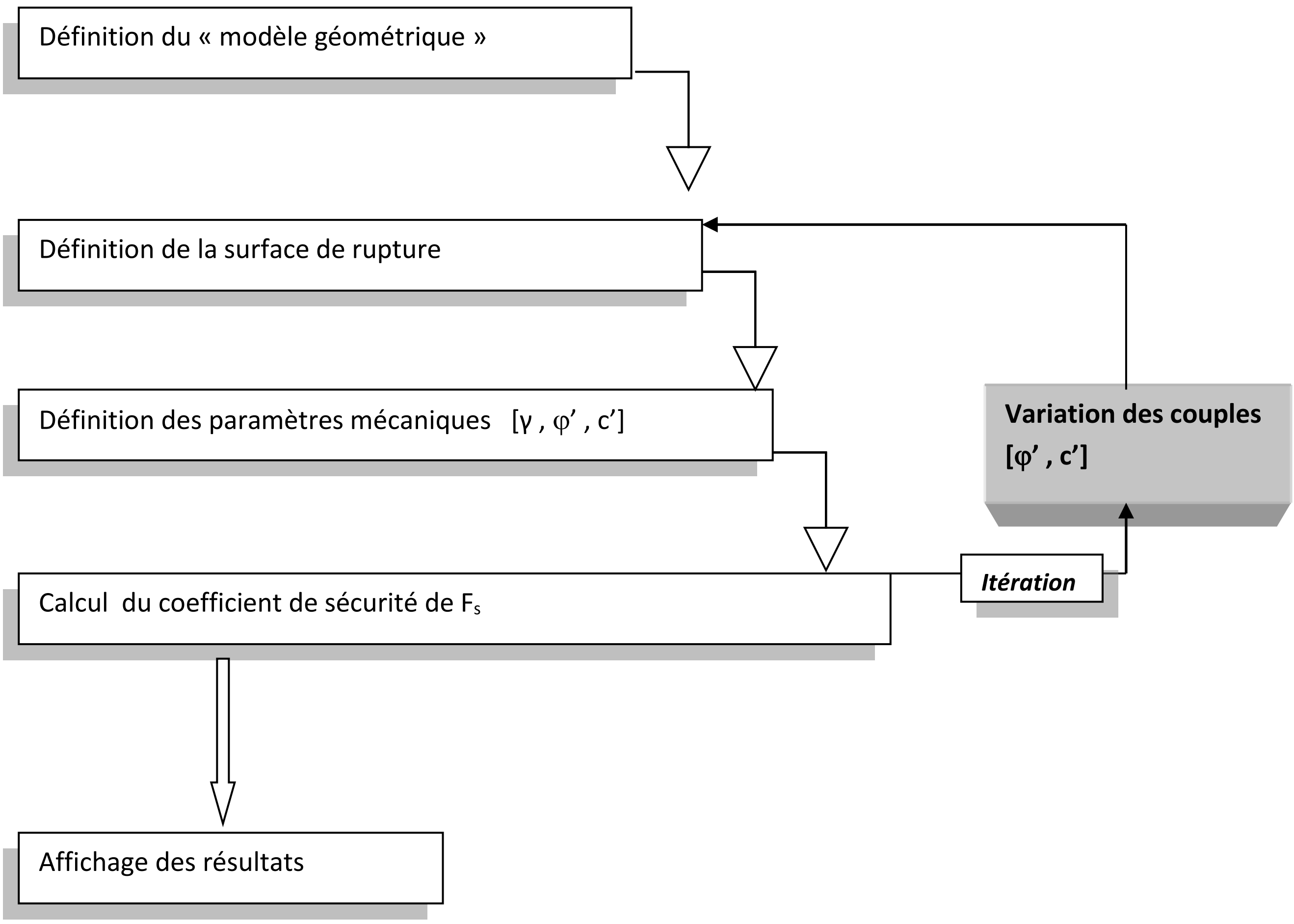


Figure 4.1 : Algorithme de calcul de F_s

6. Conclusion

Dans le quatrième chapitre nous avons cités les méthodes classiques connues de la littérature spécialisée tout en donnant la méthode de résolution de chacune d'entre elles et le principe de calcul, suivi d'un organigramme illustrant le déroulement du logiciel Géo-slope utilisé dans notre travail.

Modèles mécanique et stochastique, résultats et discussions

1. Introduction :

Le chapitre 5 qui est en fait l'application des théories citées dans les chapitres précédents, consiste à mettre en évidence la méthodologie de travail suivie.

Notre choix s'est porté sur 06 modèles différents (un mécanisme à 1 seul solide, 02 mécanismes à 02 solides, 03 mécanismes à 03 solides).

Pour chaque mécanisme on applique la méthode cinématique des solides rigides afin de déterminer l'équation d'équilibre limite R-S=0.

Avec les hypothèses prises pour tous les modèles et après l'établissement des équations d'équilibre de chaque mécanisme considéré en particulier ceux à deux et à trois solides, il s'est avéré que le nombre de paramètres inconnus était très important, pour cela nous avons établi des relations entre les paramètres de mêmes nature, que nous avons introduit par la suite dans le programme Delphi pour avoir d'un cote les inclinaisons recherchées et qui varient en fonction des éléments fixés tels que la surcharge q et les caractéristiques mécaniques du sol (c', φ') et d'un autre coté pour obtenir les valeurs des équations d'équilibre (R-S) . les cas limites sélectionnés R-S=0 seront utilisés dans l'étude probabiliste, ces cas ont été sélectionnés parmi des centaines de cas obtenus entre autre pour R-S>0 et R-S<0.

Le modèle critique retenu est celui qui donne l'inclinaison du solide 02 minimale et par conséquent tous les autres paramètres correspondant à savoir l'inclinaison du solide 01, l'inclinaison du solide 03 pour les mécanismes à 03 solides, la surcharge q, la largeur de la surcharge et le couple des caractéristiques mécanique(c', φ').

Ensuite on établit un programme de l'équation limite bien spécifique ou on doit distinguer les deux parties de la résistance et de la sollicitation selon la méthode FORM appliquée par le programme Zuvan tout en faisant un choix judicieux des fonctions de distribution de chaque paramètre.

Les valeurs de l'indice de fiabilité et de la fonction de probabilité de ruine sont consignés dans un tableau qui sera commenté et interprété.

A la fin on introduit les données dans le logiciel Géoslope pour obtenir les coefficients de sécurité des méthodes déterministes pour chaque modèle, les résultats sont consignés dans un tableau, une discussion et une comparaison entre les résultats probabilistes et déterministes sera faite à chaque fois par l'établissement de différentes courbes.

1.1.Hypothèses de calculs :

L'application de la théorie de la cinématique des solides rigides, dans notre étude paramétrique repose sur :

- L'étude d'un ensemble de cas dans le but de déterminer le modèle critique de chaque mécanisme c'est-à-dire R-S=0, et ceci en déterminant les inclinaisons des différents solides considérés et tous les autres paramètres correspondants.
- Le modèle critique sera pris comme étant celui qui donne les inclinaisons minimales des surfaces de glissements par rapport à l'horizontale et celui qui donne la valeur de la surcharge correspondant.

- A la fin le modèle critique de tous ceux projetés sera retenu.

Vu le caractère répétitif et fastidieux des équations, un programme sous Delphi a été développé, dans lequel les différents cas projetés sont compilés et les résultats affichés en tenant compte de la variation de φ’, c’, q et les différentes inclinaisons.

On admet que les valeurs caractéristiques des paramètres de base aléatoire sont des valeurs moyennes. Les couples [φ’- c’] considérés dans notre étude sont :

φ’ [°]	40	35	30	25	20
c’ [kN/m²]	0	5	10	20	30

Tableau 5.1 : Valeurs de [φ’- c’]

Les paramètres déterministes pris en compte dans notre étude sont :

Paramètre	Valeur
Inclinaison du talus β’	45°
Inclinaison $\theta_1$du solide 1par rapport à l’horizontale	π/4+φ’/2
Inclinaison $\theta_2$du solide 1par rapport à l’horizontale	---/----
Largeur de la surcharge B	Variable
La hauteur H	5m

Tableau 5.2 : Paramètres déterministes.

- Les paramètres aléatoires et caractéristiques stochastiques.

Paramètre	**Type de distribution**	**Valeurs moyennes**	**Coefficient de variation [%]**
Angle de frottement interne du sol φ’ [°]	Log normale	20 - 40	7.5 -10
Cohésion du sol c’ [kN/m²]	Log – Normale	35 – 0	25
Surcharge q [kN/m²]	Extrême(Type I)	10	40
Poids volumique γ[kN /m^3]	Normale		5

Tableau 5.3 : Paramètres aléatoires

Après l’observation des différentes formes de beaucoup de glissements réels et en particulier des routes, et la formation de plusieurs solides de géométrie parfois simple et parfois complexes, deux cas de figures ont été pris en compte : cercles de pied et cercles profonds.

1.2. Organigramme du programme Delphi

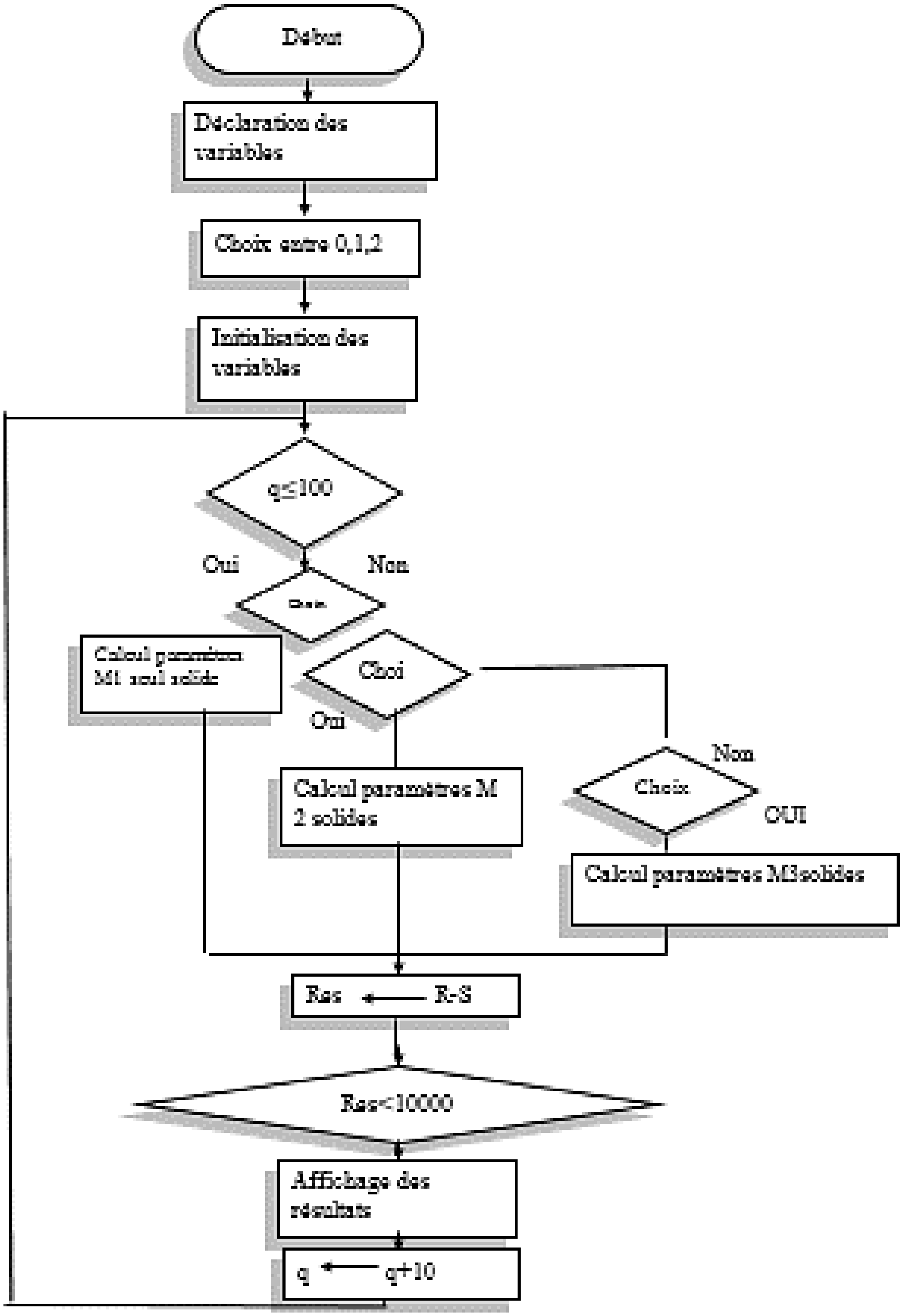


Figure 5.1 : Organigramme du programme Delphi

1.3. Types de mécanismes :

1.3.1. Mécanisme à un seul solide :

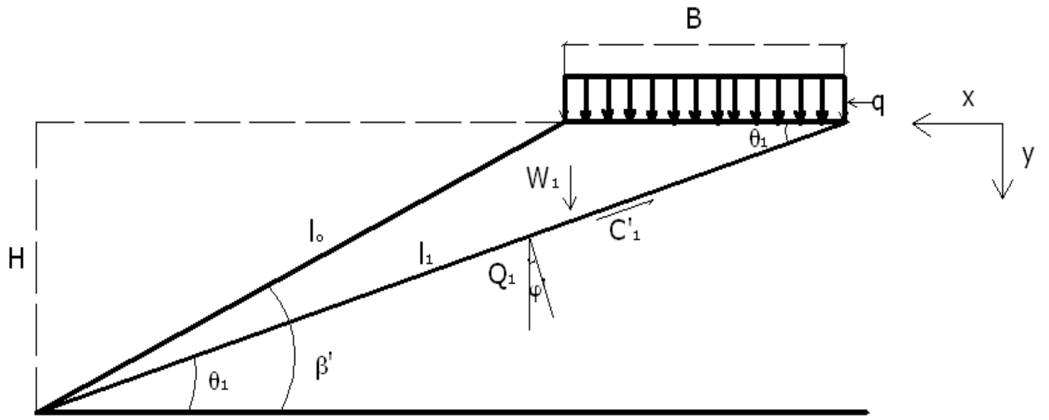


Figure 5.2: Mécanisme 1 à 1 seul solide (Modèle 1).

Les hypothèses et les valeurs adoptées pour ce mécanisme sont valables pour les autres :

- Sol homogène reposant sur un sol frottant.
- Absence de nappe d'eau.
- β' : Inclinaison du talus égale à 45°.
- H : Hauteur du talus égale à 5m.
- γ :Poids volumique du sol égal à 19kN/ m3.
- θ_1 : Inclinaison du solide 1 par rapport à l'horizontal.
- φ' : Angle de frottement interne effectif du sol.
- c' : Cohésion effective du sol.
- C'_i : Cohésion effective développée le long des surfaces de glissement.
- l_i : Longueur de glissement des différents solides.
- q : sur charge appliquée à la surface du talus.
- P=q.B.
- B : Largeur de la surcharge.
- Wi : poids propre de chaque solide rigide.
- La surcharge « q » varie de 10 à 100 kN /m^2.
- φ'<θ1< β'

La projection des forces horizontales et verticales a donné l'équation d'équilibre général suivante :

$$c'\frac{\cos(2\theta_{1-}\varphi')}{\sin(\theta_{1-}\varphi')}-(w_1+p)=0 \qquad (5.1)$$

Et enfin :

$$R - S = c'\frac{\cos(2\theta_{1-}\varphi')}{\sin(\theta_{1-}\varphi')} - (w_1 + qB) = 0 \tag{5.2}$$

Avec : $p = qH\dfrac{\sin(\beta' - \theta_1)}{\sin\beta'.\sin\theta_1)}$ (5.3)

Et $C'_1 = c'.l_1 = c'H\dfrac{\sin(\tau - \beta')}{\sin\beta'.\sin\theta_1}$ (5.4)

$$W_1 = O.5\gamma H^2 \frac{\sin(\beta' - \theta_1)}{\sin\beta'.\sin\theta_1} \tag{5.5}$$

1.3.2. Analyse de l'équation :

L'équation n'est pas admise mathématiquement, pour C'=0 on a ($qB+w_1$) =0 ce qui est impossible.

Pour les sols cohérents on a des valeurs indéfinies cad pas de glissement plan, la surface de glissement est quelconque.

Donc la méthode cinématique n'est pas applicable pour un seul solide, on recommande d'utiliser le critère de Mohr Coulomb.

1.3.3. Méthode déterministe : Résultats des cœfficients de sécurité Fs.

Les méthodes déterministes (Bishop, Fellenius, Jumbu,etc…) basées sur le coefficient de sécurité Fs=$\dfrac{\sum Mr}{\sum Mm}$ traités par de nombreux programmes et logiciels tel que « géo-slope » donnent des valeurs de Fs à l'état limite de ce modèle consignées dans le tableau suivant :

Des valeurs de Fs sont calculées pour différentes charges ayant donnés la rupture.

[φ'/c'] / Fs	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	1.019	1.377	1.733	2.580	3.438
Bishop	1.172	1.473	1.784	2.552	NS
Jumbu	1.015	1.362	1.765	NS	NS
M.P	1.168	1.464	1.784	NS	NS

Tableau 5.4 : Valeurs de Fs en fonction de[φ'-c']

Du tableau 5.4 il apparaît clairement que :

- Le coefficient de sécurité Fs concorde avec les valeurs de rupture critique pour les couples (40-0), pour les autres couples Fs augmente de la même manière que le terme de résistance dans la méthode cinématique. Pour c'=0 on a affaire à un sol pulvérulent il y'a éboulement de ce sol donc une rupture plane généralisée du talus, ce qui convient à la théorie de Mohr-Coulomb.
- La variation des valeurs de Fs est négligeable, ce qui veut dire que la valeur de la surcharge n'a aucune influence sur la rupture.
- Seules les caractéristiques mécaniques du sol et l'inclinaison critique influent sur La valeur de Fs.

1.3.4. Exemple de cercle de rupture du mécanisme 1 :

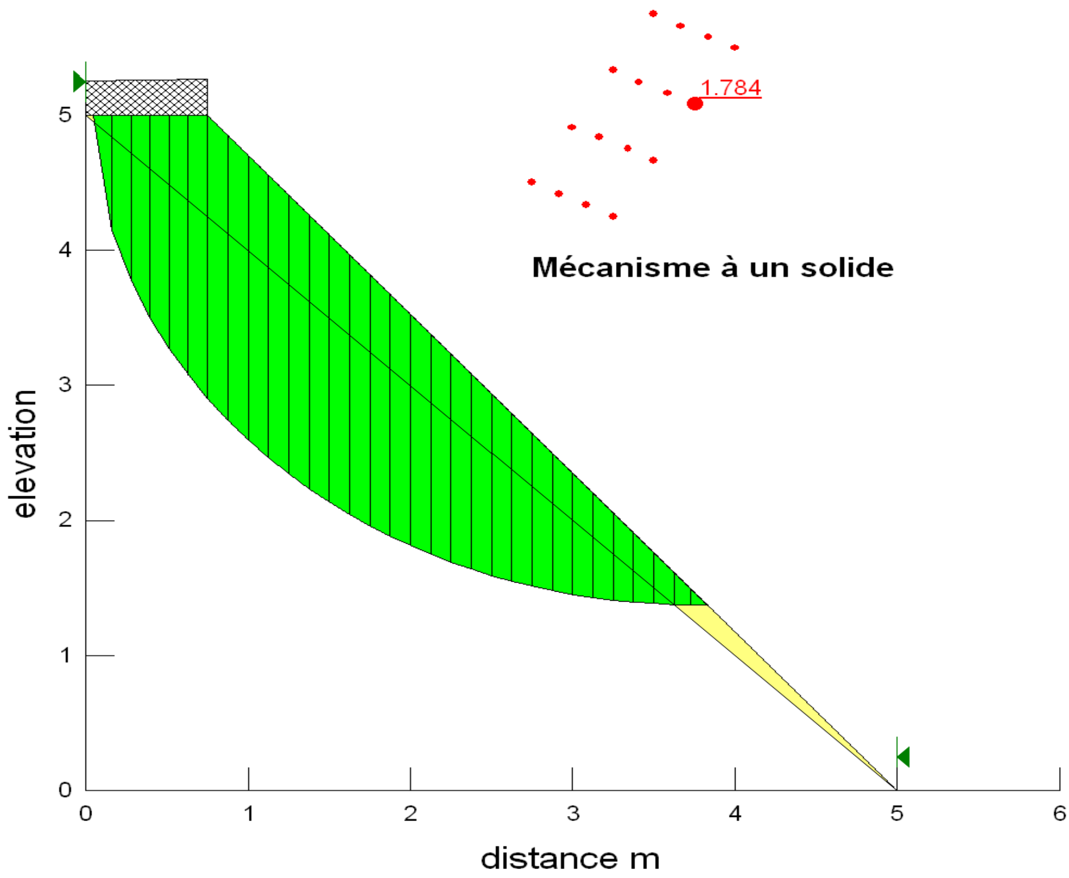
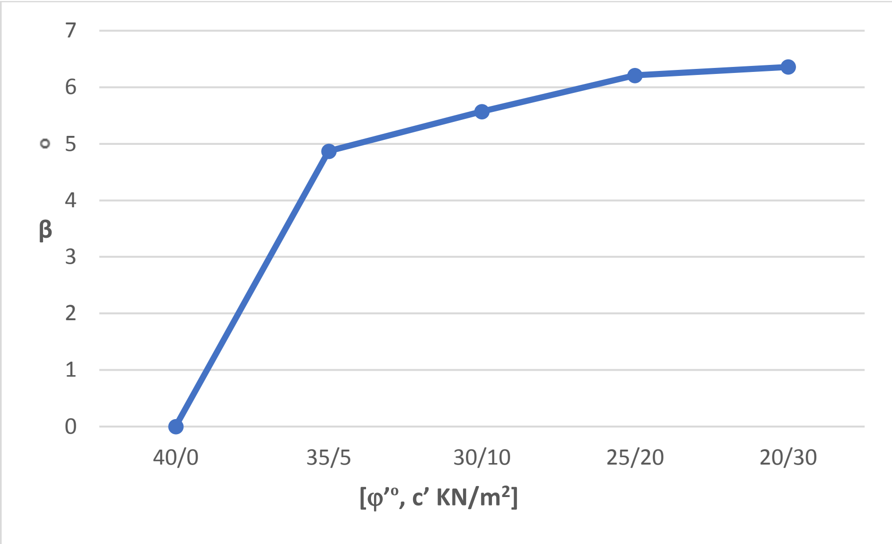


Figure 5.3 : Cercle de rupture Modèle 1

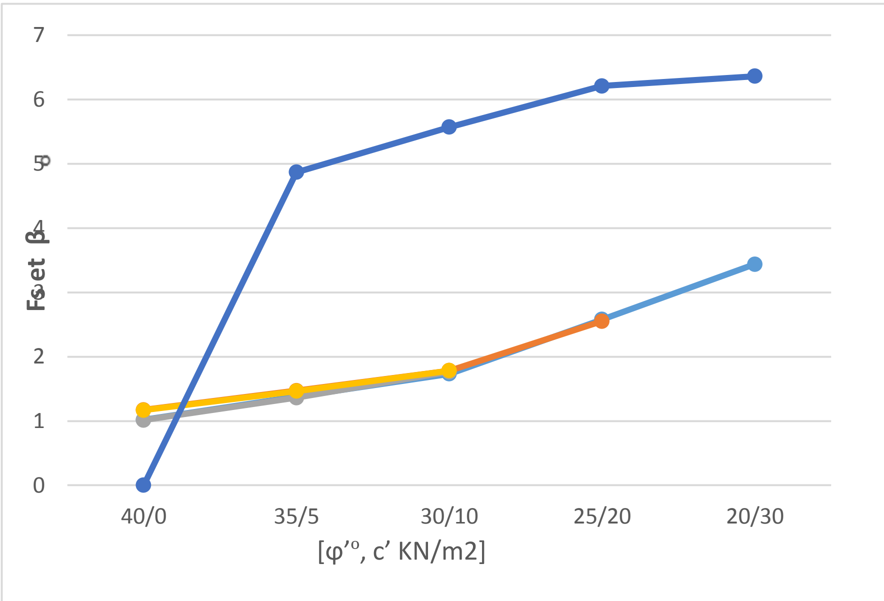
1.3.5. Modèle stochastique :

[φ'-c']	40 – 0	35 – 5	30 – 10	25 - 20	20 - 30
β	0	4.870	5.572	6.210	6.361
P_f	$9.999\ 10^{-1}$	$5.580\ 10^{-7}$	$1.259\ \ 10^{-8}$	$2.665\ 10^{-10}$	$1.007\ 10^{-10}$

Tableau 5.5 : Valeurs de β et Pf



Courbe 5.1 : Variation de β en fonction de [φ'-c']



Courbe 5.2 : Variation de β et Fs **en fonction de [φ'-c']**

1.3.6. Discussion :

- En observant les courbes (5.1) et (5.2), on voit que la valeur de β est nulle pour le couple de valeurs (40-0), ce qui montre que le talus est rompu c'est le cas où la probabilité de ruine est très importante de l'ordre
  $9.999\ 10^{-1}$, par contre les valeurs des coefficients de sécurité Fs obtenues par les différentes méthodes déterministes (Tab 5.4) et (figure 5.4) affichent des valeurs minimales de 1.
  Ceci montre à priori que la ligne de rupture probabiliste fiabiliste est plus pessimiste que celles des méthodes classiques.

  - Le F_s min concorde avec le β=0
  - Le reste des courbes est quasi parallèle.
  - La valeur du coefficient de sécurité égale à 1 obtenue pour le couple de valeurs (40/0), montre que le talus est en équilibre instable. Le talus de sol apparait comme une lame mince inclinée et surmontée d'une surcharge difficile à maintenir en équilibre.
  - La valeur de l'indice de sécurité β est nulle pour le couple (φ', c'), ce qui montre que le talus est rompu d'autant plus que la probabilité de ruine P_f est très grande de l'ordre de 10^{-1}.
  - Dès que la cohésion est différente de zéro, l'indice de sécurité β et le coefficient de sécurité Fs augmentent ce qui montre l'influence et le rôle que joue la cohésion dans la stabilité des talus.

1.4. Mécanisme à deux solides (solide 1 : triangle isocèle) « 2STI » :

Dans tous les mécanismes à solides multiples (2 ou 3) on notera :

- θ_2 : Inclinaison du solide 2 par rapport à l'horizontale.
- θ_1 : Inclinaison du solide 1 par rapport à l'horizontale dont la valeur est fixée à $\pi/4+\varphi'/2$ donc elle est en fonction de φ'.

Le mécanisme deux projeté pour étude est formé par deux solides :

- Le solide 1 est un triangle isocèle d'angles $\theta_1 = \theta_{12} = \pi/4+\varphi'/2$, chapeauté par une surcharge q uniformément répartie sur une distance B.
- Le solide 2 est un triangle quelconque d'inclinaison θ_2 inconnue par rapport à l'horizontale.

L'effet de la surcharge dépend essentiellement des conditions suivantes :

- Si $\theta_2 < \varphi'$: L'effet de la surcharge est négligeable
- Si $\theta_2 > \varphi'$: On tient compte de la surcharge.
- $\varphi' < \theta_2 < \beta'$

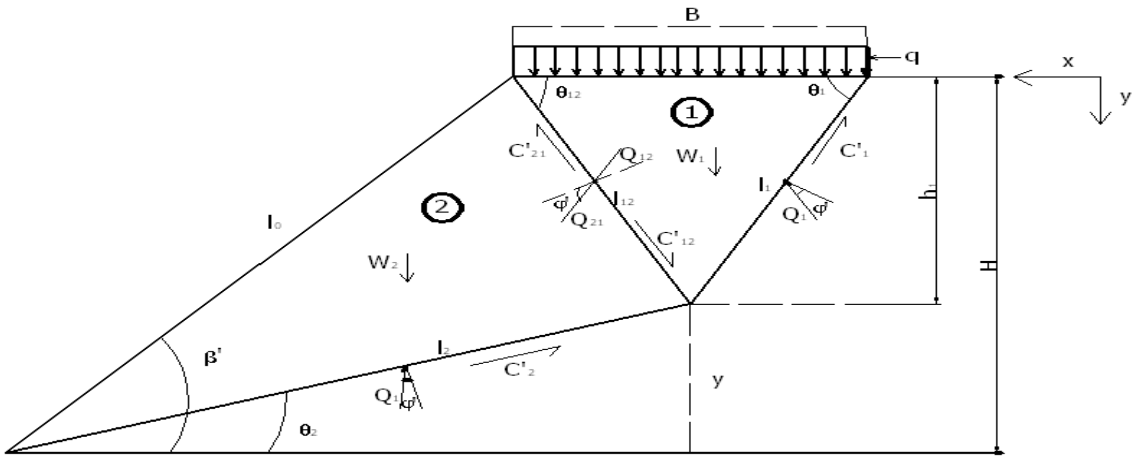


Figure 5.4 : Mécanisme 2 Modèle 2

On suppose que le solide (1) pousse sur le solide (2), les forces à considérer sont :

- Les cohésions mobilisables le long des surfaces de glissement des deux solides.
- Les cohésions mobilisables inter-solides.
- Les forces de résistance mobilisables par chaque solide.
- Les forces mobilisables inter-solides.
- Le poids propre de chaque solide.
- La surcharge q.

Les cohésions mobilisables auront pour expressions :

$\mathbf{C'_i = c'.l_i}$

Les poids et les longueurs de glissement sont déterminés en fonction des différentes inclinaisons, la hauteur du talus H et le poids volumique du sol.

Afin de déterminer l'expression de l'effort inter solide Q_{12}, on isole le solide 1 :

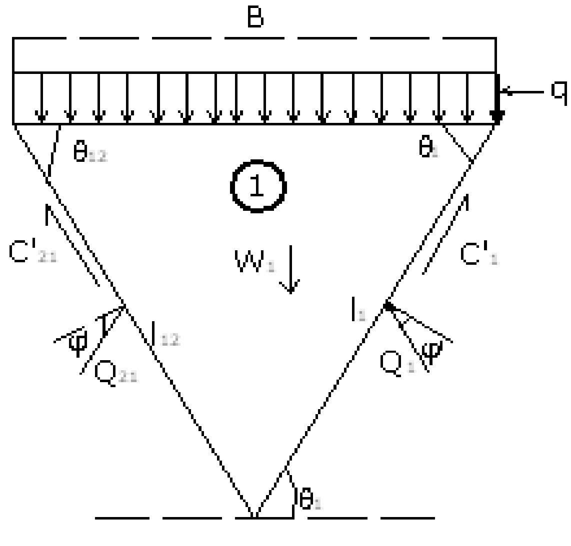


Figure 5.5 : Solide 1 isolé

L'équilibre du solide 1 est donné par :

$$\sum F_H = -C'_1 \cos\theta_1 + C'_{12} \cos\theta_{12} + Q_1 \sin(\theta_1 - \varphi') - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') = 0 \qquad (5.6)$$

La projection des forces verticales donne :

$$\sum F_V = -C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} \sin\theta_{12} + W_1 + qB - Q_1 \cos(\theta_1 - \varphi') - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') = 0 \qquad (5.7)$$

De l'équation (5.6) on tire Q_1 :

$$Q_1 = \frac{1}{\cos(\theta_1 - \varphi')}[-C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} \sin\theta_{12} - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') + (W_1 + qB)] \qquad (5.8)$$

On remplace Q_1 dans l'équation (5.7), on obtient Q_{12}:

$$Q_{12} = \frac{1}{\sin(\theta_1 + \theta_2 - 2\varphi')}[-C'_1 \cos\varphi' + C'_{12} \cos(\theta_1 + \theta_{12} - \varphi') + (qB + W_1)\sin(\theta_1 - \varphi')] \qquad (5.9)$$

Ensuite, on isole le solide 2 :

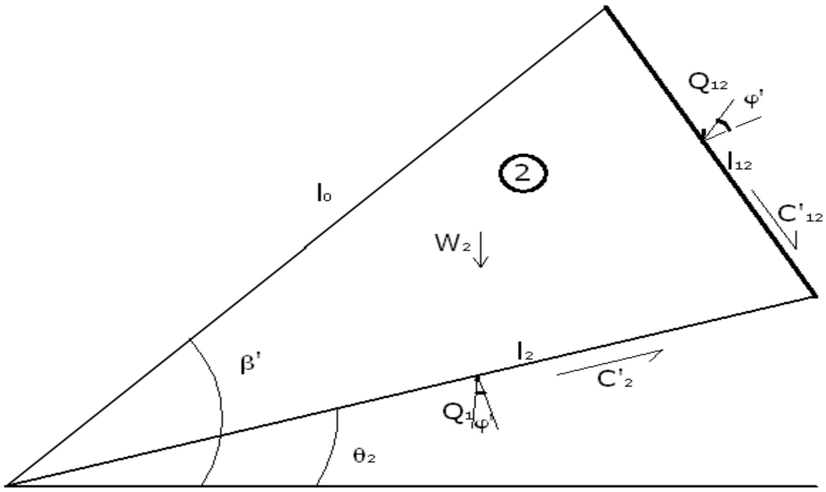


Figure 5.6 : Solide 2 isolé.

L'équilibre du solide 2 est donné par :

La projection des forces horizontales qui donne :

$$\sum F_H = -C'_2 \cos\theta_2 - C'_{12} \cos\theta_{12} + Q_2 \sin(\theta_2 - \varphi') + Q_{12} \sin(\theta_{12} - \varphi') = 0 \qquad (5.10)$$

La projection des forces verticales donne :

$$\sum F_V = +C'_{12}\sin\theta_{12} - C'_2\sin\theta_2 - Q_2\cos(\theta_2-\varphi') + Q_{12}\cos(\theta_{12}-\varphi') = 0 \qquad (5.11)$$

On tire Q_2 de l'équation (5.10).

$$Q_2 = \frac{1}{\sin(\theta_2-\varphi')}[C'_2\cos\theta_2 + C'_{12}\cos\theta_{12} - Q_{12}\sin(\theta_{12}-\varphi')] \qquad (5.12)$$

On remplace Q_2, et Q_{12} dans l'équation (5.11) et après quelques transformations algébriques on obtient l'équation générale d'équilibre limite du mécanisme :

$$R - S = m_1C'_1\cos\varphi' + C'_2\cos\varphi' + C'_{12}\cos(\theta_1+\theta_{12}-\varphi') - [(W_1+qB)\sin(\theta_1-\varphi')m_1 + W_2\sin(\theta_2-\varphi')] = 0 \qquad (5.13)$$

Avec $m_1 = \dfrac{\sin(\theta_{12}+\theta_2-2\varphi')}{\sin(\theta_1+\theta_{12}-2\varphi')}$ (5.14)

Sachant que les cohésions développées le long des surfaces de glissements sont :

$$C'_1 = c'l_1 = c'H\frac{\sin(\beta'-\theta_2)}{\sin\beta'\sin(\theta_{12}+\theta_2)} \qquad (5.15)$$

$$C'_2 = c'l_2 = c'H\frac{\sin(\beta'+\theta_{12})}{\sin\beta'\sin(\theta_{12}+\theta_2)} \qquad (5.16)$$

$$C'_{12} = c'l_{12} = c'H\frac{\sin(\beta'-\theta_2)}{tg\beta'} \qquad (5.17)$$

$$B = H\frac{tg(\beta'-\theta_2)\sin(\theta_1+\theta_{12})}{tg\beta'\sin\theta_1} \qquad (5.18)$$

Les poids W_1 et W_2 étant les poids des solides respectivement 1 et 2, leurs expressions respectives sont :

$$W_1 = \frac{1}{2}\gamma H^2 \frac{\sin^2(\beta' - \theta_2)\sin(\theta_1 + \theta_{12})\cos\beta'}{\cos(\beta' - \theta_2)\sin^2\beta'\sin(\theta_1 + \theta_2)} \qquad (5.19)$$

$$W_2 = \frac{1}{2}\gamma H^2 \frac{\sin(\theta_{12} + \beta')\sin(\beta' - \theta_2)}{\sin^2\beta'\sin(\theta_{12} + \theta_2)} \qquad (5.20)$$

1.4.1. Résultats :

Des cas de ruptures ont été obtenus, c'est-à-dire R-S<0, ainsi que des cas ou (R-S) était largement supérieur à 0.

Seules les cas limites qui donnent R-S=0 seront retenus dans notre travail.

Comme il est difficile d'avoir des valeurs exactes on a toléré une différence de(R-S) de 10% à 12%.

L'état limite a été atteint pour toutes les combinaisons de surcharge [q , couple(c', φ')].

Les calculs itératifs réalisés par le logiciel développé par nos soins ont donné une quantité importante de résultats, dont le volume (Un nombre important de pages) est tel qu'il nous a été impossible de joindre à notre rapport les résultats de toutes les équations, dans un souci d'efficacité nous avons sélectionné les valeurs les plus intéressantes pour notre étude.

De ce fait, les valeurs présentées dans chaque mécanisme représentent une sélection rigoureuse de valeurs.

La partie des résultats sélectionnés est consigné dans le tableau suivant :

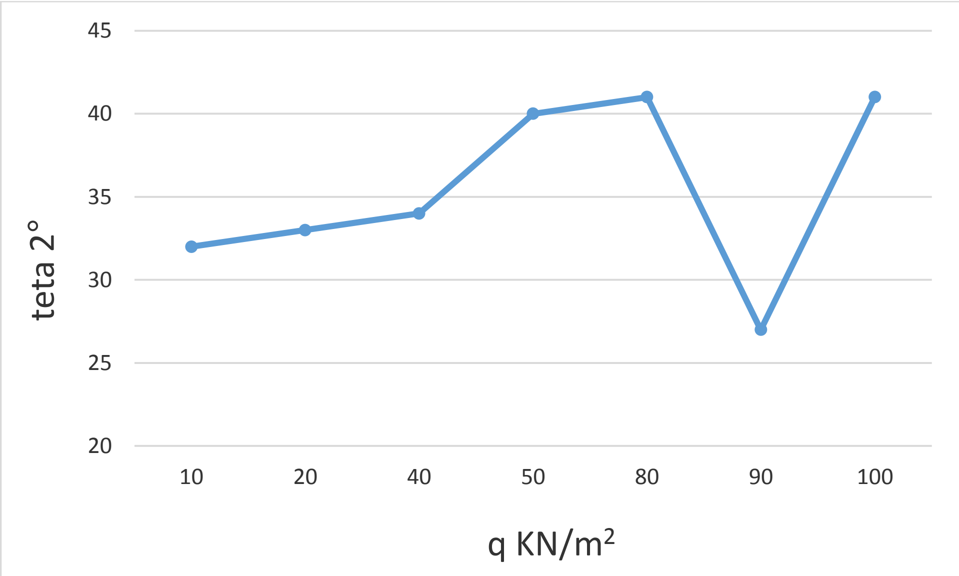
q	c'	φ'	B	θ_1	θ_2	R	S
10	5 10	35 30	0.34 0.75	62.5 50	39 **32**	17.98 41.84	17.44 40.84
20	10	30	0.69	60	**33**	41.15	39.33
40	10	30	0.63	60	**34**	40.49	39.67
50	5	35	0.28	62.5	**40**	17.94	17.70
80	5 10 20	35 30 25	0.23 0.51 1.11	62.5 60 57.5	41 36 **26**	17.44 39.24 93.44	15.90 37.40 93.30
90	5 20	35 25	0,23 1,05	62,5 57,5	41 **27**	17,44 91,94	16,65 90,28
100	5	35	0,23	62,5	**41**	17,44	17,38

Tableau 5.6 : Valeurs de q en fonction de [c', φ', B, θ1 et θ2]

1.4.2. Analyse des résultats :

L'état critique a été atteint pour plusieurs valeurs de θ_2, pour chaque chargement q considéré, du moment que les couples des caractéristiques mécaniques du sol sont variables, nous avons retenu la valeur minimale de θ_2 obtenue ; soit 26° avec θ_1=57.5°, c'=20 kN /m^2, φ'=25°, la largeur de la surcharge B=1.1m et enfin la surcharge q=80 kN /m^2 ; R= 93.44 ; S=93.30

Une courbe $\theta_2 = f(q)$ a été tracée pour mettre en évidence cette variation.



Courbe 5.3 : Variation de θ2 en fonction de q.

Cette figure met en évidence les faits suivants :

- Les valeurs critiques de θ_2 (inclinaison du solide (2) par rapport au sol) croient avec les quatre premières valeurs de la charge q (10, 20, 40 et 50 kN/m²), ensuite elle chute pour la charge de q=80 kN/m² et remonte enfin aux environ de la charge 90 et 100 kN/m².
- Mise à part la valeur de θ_2=26° on remarque que l'inclinaison varie peu sous l'influence de la variation de q, ce qui est en parfaite adéquation avec la littérature spécialisée.

1.4.3. Modèle mécanique retenu

En tenant compte des résultats cités plus haut, le modèle mécanique retenu pour ce mécanisme est :

β' = 45° , H = 5m , γ = 19 kN/m3
θ_1 = 57.5°, θ_2 = 26°, c'=20 KN/m², φ'=25°, B=1.11m, q=80 KN/m², R=93.44, S=93.30.

1.4.4. Mécanisme de ruine du modèle 2 « 2STI » :

L'étude de fiabilité et le calcul du coefficient de sécurité F_s par les méthodes classiques, seront réalisés et le modèle retenu est.

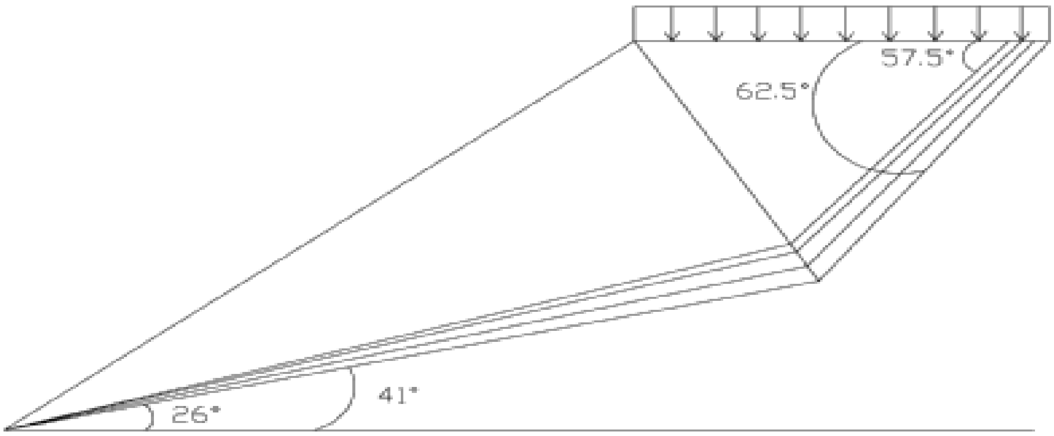


Figure 5.7 : Mécanisme de ruine du modèle2.

1.4.5. Méthode déterministe : Résultats des coefficients F_s :

[φ'/c'] Fs	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	1.005	1.247	1.467	2.043	2.598
Bishop	1.149	1.370	1.564	2.128	2.658
Jumbu	1.001	1.225	1.418	1.964	2.540
M.P	1.148	1.357	1.540	2.162	NS

Tableau 5.7 : Valeurs de Fs en fonction de [φ'-c'].

En regardant de près les valeurs données par les différentes méthodes classiques consignées dans le tableau ci-dessus, les remarques suivantes s'imposent :

- Les résultats de Fs donnés par les couples 40/0, 35/5 sont inférieurs à 1.5, ce qui confirme les résultats obtenus par la méthode cinématique des solides rigides, ou R- S <0. Ceux du couple 30/10 sont égaux à 1.5 ce qui représente pour ce mécanisme la valeur donnant l'équilibre limite ce qui n'est pas le cas pour le modèle mécanique.
- L'état limite dans notre cas est atteint pour le couple 30/10.

- Les valeurs données par la méthode Jumbu reste les plus faibles, en confirmation des théories usitées en mécanique des sols.

1.4.6. Exemple de cercle de rupture du mécanisme 2 « 2STI »

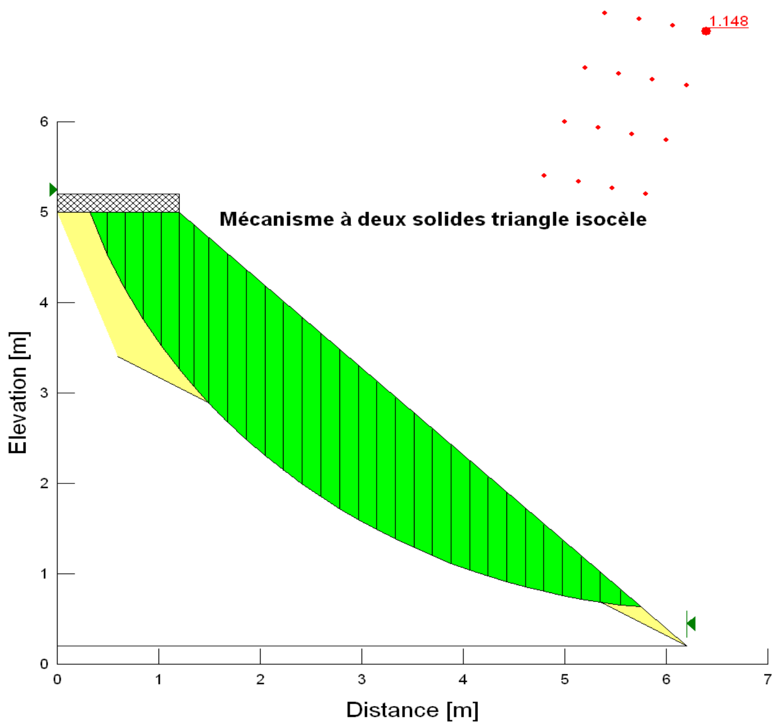


Figure 5.8 : Cercle de rupture. Modèle 2

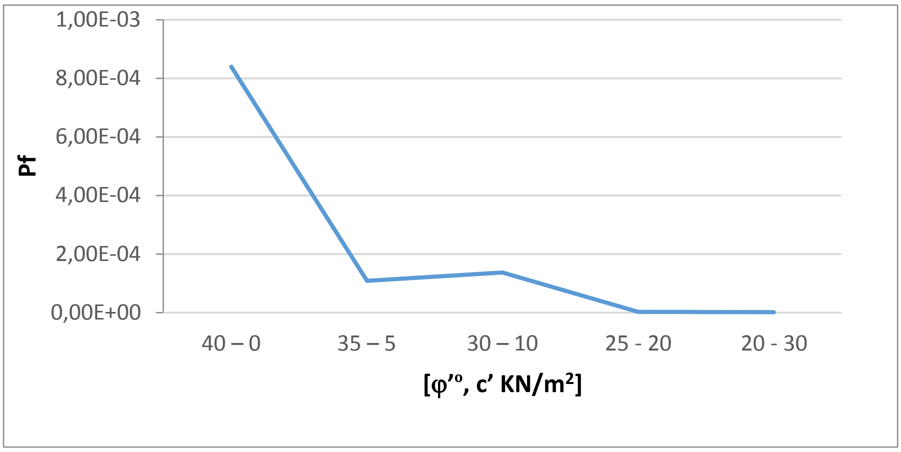
La figure ci-dessus représente le cercle le plus défavorable pour le couple 40/0, on notera que la masse déplacée concerne la totalité des deux solides.

1.4.7. Modèle stochastique :

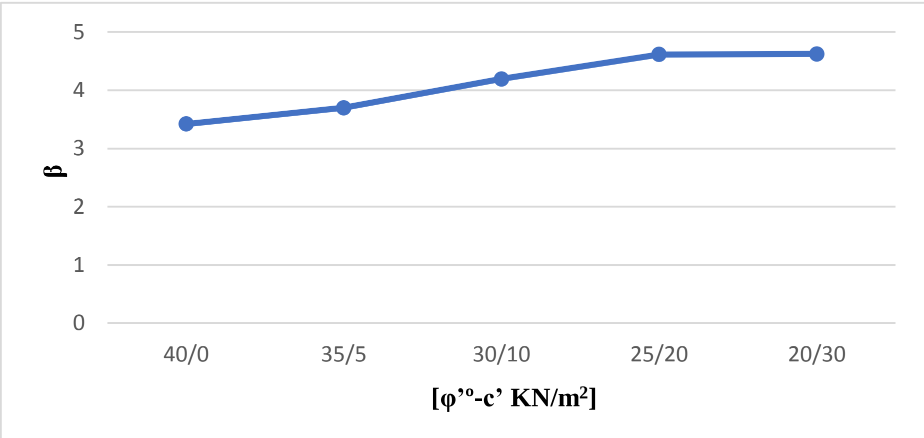
Le type de fonction de distribution adoptée pour le couple (φ', c') est la loi Log normal, celle de la surcharge est la loi extrême type I.

[φ'-c']	40 – 0	35 – 5	30 – 10	25 - 20	20 - 30
β	3.42	3.699	4.195	4.615	4.624
P_f	$8.398\ 10^{-4}$	$1.082\ 10^{-4}$	$1.367\ 10^{-4}$	$2.065\ 10^{-6}$	$1.879\ 10^{-6}$

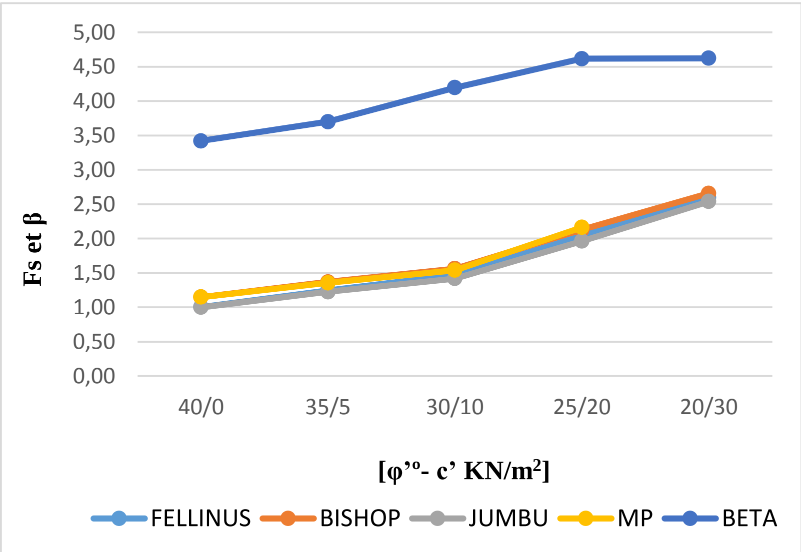
Tableau 5.8 : Valeurs de β et Pf en fonction du couple [φ', c'].



Courbe 5.4 : Variation de Pf en fonction de (φ', *c*').



Courbe 5.5 : Variation de β en fonction de [φ', *c*'].



Courbe 5. 6:Variation de Fs et β en fonction de[φ' ,c']

1.4.8 Discussion

En observant la courbe de variation de Pf on remarque que la plus grande probabilité de rupture est obtenue pour le premier couple de caractéristiques mécaniques du sol à savoir le couple (40,0) c'est à dire pour une cohésion du sol nulle, puis diminue jusqu' à atteindre des valeurs très faibles correspondant aux grandes valeurs de la cohésion du sol.

A cet effet nous retiendrons pour modèle stochastique critique les valeurs des paramètres correspondant au couple (40,0).

La courbe globale (5.7) fait ressortir la variation du coefficient de sécurité F_S, calculé avec les différentes méthodes et β en fonction des couples (φ', c'), les remarques suivantes sont à faire :

- L'évolution de β et de F_s est presque parallèle.
- Plus β augmente plus F_s augmente aussi ce qui conforte la théorie.

1.5. Mécanisme à deux solides. Solide 1 : triangle rectangle « 2STR » :

Le mécanisme trois projeté pour étude est formé par deux solides :

- Le solide 1 est un triangle rectangle d'angles $\theta_1 = \pi/4+\varphi'/2$, chapeauté par une surcharge q uniformément répartie sur une distance B.
- Le solide 2 est un triangle quelconque d'inclinaison θ_2 inconnue par rapport à l'horizontal.

Les efforts mobilisables dans ce mécanisme sont les mêmes que pour le mécanisme précédent.

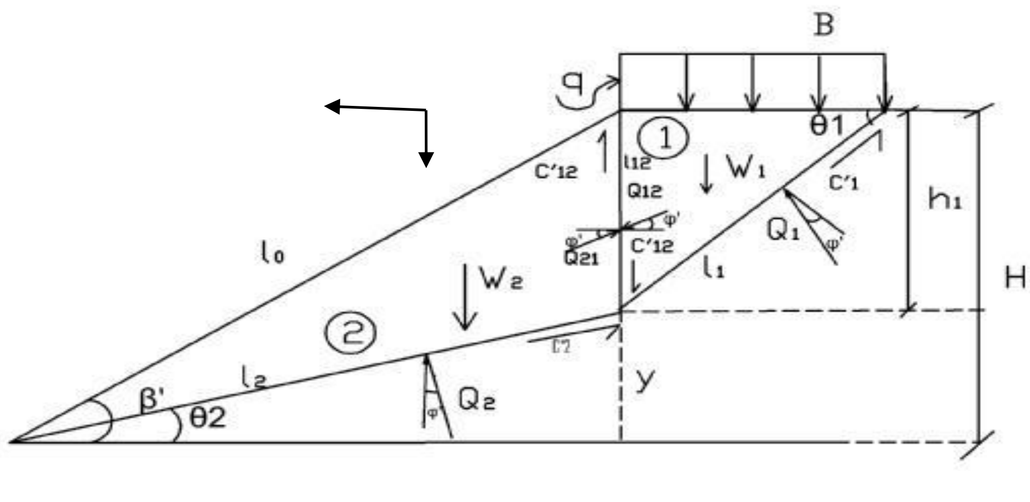


Figure 5.9: Mécanisme 3, Modèle 3.

Afin de déterminer l'expression de l'effort inter solide Q_{12}, on isole le solide (1) :

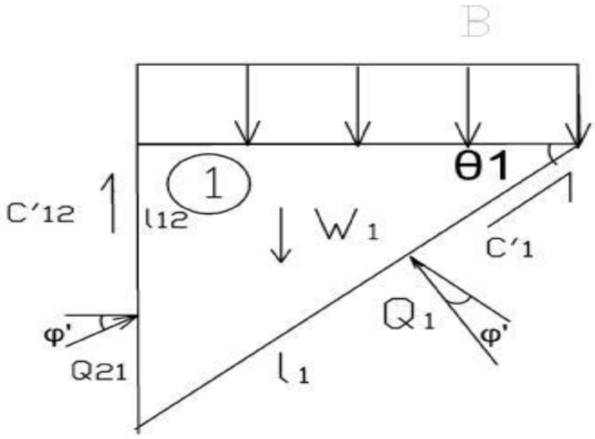


Figure 5.10: Solide 1 isolé :

L'équilibre du solide 1 donne :

$$\sum F_H = -C'_1 \cos\theta_1 + Q_1 \sin(\theta_1 - \varphi') + Q_{21} \cos\varphi' = 0 \tag{5.21}$$

$$\sum F_V = -C'_{12} + qB + W_1 - Q_{21} \sin\varphi' - Q_1 \cos(\theta_1 - \varphi') - C'_1 \sin\theta_1 = 0 \tag{5.22}$$

On tire Q_1 de l'équation (5.21) :

$$Q_1 = -C'_1 \frac{\sin\theta_1}{\cos(\theta_1 - \varphi')} - Q_{21} \frac{\sin\varphi'}{\cos(\theta_1 - \varphi')} + \frac{(W_1 + qB)}{\cos(\theta_1 - \varphi')} - \frac{C'_{12}}{\cos(\theta_1 - \varphi')} \tag{5.23}$$

On remplace Q_1 dans l'équation (5.22) et après quelques transformations algébriques on obtient Q_{12}:

$$Q_{12} = -C'_1 \frac{\cos\varphi'}{\sin\theta_1} - C'_{12} \frac{\sin(\theta_1 - \varphi')}{\sin\theta_1} + (qB + W_1) \frac{\sin(\theta 1 - \varphi')}{\sin\theta_1} \tag{5.24}$$

Afin de déterminer l'effort inter solide Q_2 , On isole le solide 2 :

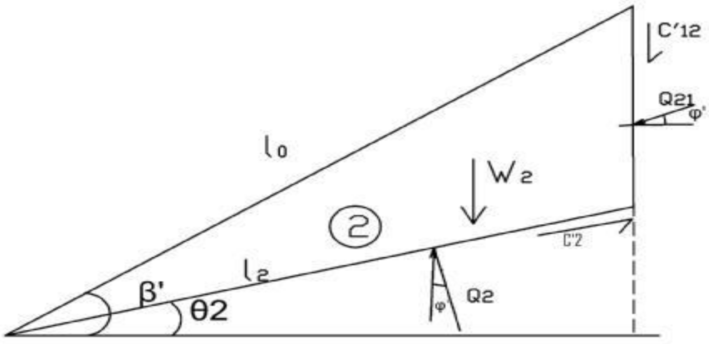


Figure 5.11 : Solide 2 isolé

$$\sum F_H = -C'_2\cos\theta_2 + Q_2\sin(\theta_2-\varphi') + Q_{12}\cos\varphi' = 0 \qquad (5.25)$$

$$\sum F_V = +C'_{12} + W_2 + Q_{12}\sin\varphi' - Q_2\cos(\theta_2-\varphi') - C'_2\sin\theta_2 = 0 \qquad (5.26)$$

On tire Q_2 de l'équation (5.25).

$$Q_2 = C'_2\frac{\cos\theta_2}{\sin(\theta_2-\varphi')} - Q_{12}\frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2-\varphi')} \qquad (5.27)$$

On remplace maintenant Q_2 et Q_{21} dans l'équation (5.26), et après quelques transformations algébriques on obtient l'équation générale d'équilibre limite du mécanisme :

$$R-S = -C'_1\frac{\cos(\theta_2-2\varphi')\cos\varphi'}{\sin\theta_1.\sin(\theta_2-\varphi')} - C'_2\frac{\cos(\varphi')}{\sin(\theta_2-\varphi')} - C'_{12}\frac{\sin(\theta_1-\varphi')\cos(\theta_2-2\varphi')}{\sin\theta_1\sin(\theta_2-\varphi')}$$
$$+(W_1+qB)\frac{\sin(\theta_1-\varphi')\cos(\theta_2-2\varphi')}{\sin(\theta_2-\varphi')} + W_2 = 0 \qquad (5.28)$$

Avec : $m_1 = \dfrac{\cos(\theta_2-2\varphi')}{\sin(\theta_2-\varphi')}$ (5.29)

$$m_2 = \frac{\cos\varphi'}{\sin\theta_1} \qquad (5.30)$$

$$C'_1 = c'.l_1 = c'.H.\frac{\sin(\beta'-\theta_2)}{\sin\beta'.\sin\theta_1} \qquad (5.31)$$

$$C'_2 = c'.l_2 = c'.H.\frac{\sin(\beta'-\theta_2).\cos(\beta'-\theta_2)}{\sin\beta'.tg(\beta'-\theta_2)} \qquad (5.32)$$

$$C'_{12} = c'.l_{12} = c'.H\frac{\sin(\beta'-\theta_2)}{\sin\beta'} \qquad (5.33)$$

Et : $B = H\dfrac{\sin(\beta'-\theta_2).\cos\theta_1}{\sin\beta'.\sin\theta_1}$ (5.34)

W_1 Et W_2 étant les poids respectifs du solide 1 et du solide 2.

$$W_1 = 0.5\gamma H^2 \frac{\sin^2(\beta'-\theta_2)\cos\theta_1}{\sin^2\beta'\sin\theta_1} \quad (5.35)$$

$$W_2 = 0.5\gamma H^2 \frac{\sin(\beta'-\theta_2)\cos(\beta'-\theta_2)}{\sin^2\beta'} \quad (5.36)$$

Les longueurs de glissement et le poids propre des différents solides pour les autres mécanismes sont calculés de la même façon que dans le mécanisme 2.

1.5.1. Résultats

Le calcul automatique a donné les cas d'équilibres limites suivants, nous retiendrons les plus significatifs dans le tableau suivant :

q	c'	φ'	B	θ_1	θ_2	R	S
20	5	35	0.40	62.5	37	7.902	7.530
30	10	30	0.69	60	32	18.166	17.870
40	5 10	35 30	0.25 0.64	62.5 60	40 33	8.645 19.288	8.063 18.991
60	20	25	0.99	57.5	27	36.660	36.450
90	10 20	30 25	0.37 0.83	60 57,5	38 30	21.929 41.890	21.314 41.024
100	10 20	30 25	0.32 0,72	62.5 60	39 32	20.990 43.182	20.952 41.270

Tableau 5.9 : Valeurs de q en fonction de [c', φ', B, θ_1 et θ_2]

1.5.2. Analyse des résultats :

L'état critique a été atteint pour plusieurs valeurs de θ_2, pour chaque chargement q considéré, nous avons retenu la valeur minimale obtenue.

1.5.3. Modèle mécanique retenu

En tenant compte des résultats cités plus haut, le modèle mécanique retenu pour ce mécanisme est :

$\beta' = 45°$, H = 5m, γ = 19 kN/m3
$\theta_1 = 57.5°$, $\theta_2 = 27°$, c'=20 KN/m², φ'=25°, B=0.99, q=60 KN/m², R=36.660, S=36.450

1.5.4. Mécanisme de ruine du modèle 3 :

La synthèse et l'analyse des résultats obtenus à partir de l'équation d'état limite par application de la méthode cinématique, le mécanisme de ruine de ce modèle est donné ci-dessous en fonction des inclinaisons θ_1 et θ_2.

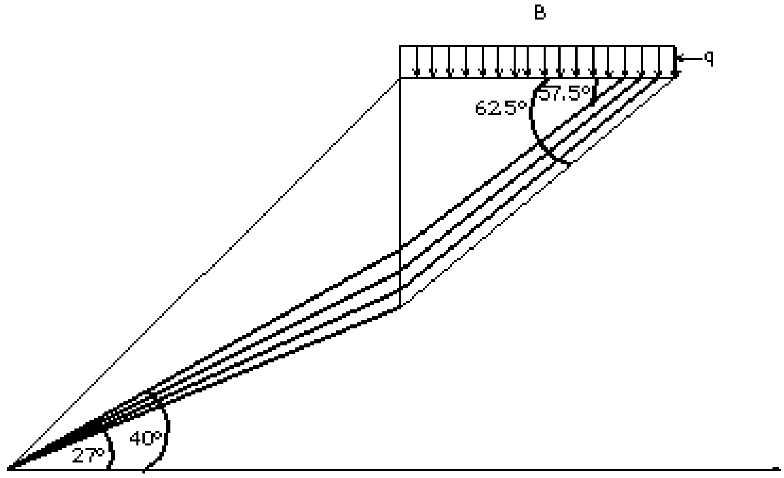


Figure 5.12 : Mécanisme de ruine du mécanisme 3. Modèle 3

1.5.5. Méthode déterministe : Résultat des coefficients de sécurité F_s :

[φ'/c'] Fs	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	0.987	1.217	1.424	1.981	2.515
Bishop	1.133	1.345	1.531	2.075	2.585
Jumbu	0.984	1.195	1.377	1.892	2.437
M.P	1.132	1.132	1.514	2.056	2.320

Tableau 5.10: Variation de Fs en fonction de[φ'-c']

En regardant de près les valeurs données par les différentes méthodes les remarques suivantes s'imposent :

- Les résultats de Fs donnés par les couples 40/0, 35/5, 30/10 sont inférieur à 1.5, ce qui confirme les résultats obtenus par la méthode cinématique des solides rigides, ou R- S <0.
- L'état limite dans notre cas est atteint pour le couple 30/10.

Comme déjà mentionné les valeurs de F_s données par la méthode Jumbu reste les plus faibles.

1.5.6. Exemple de cercle de rupture pour le mécanisme 3 modèle 3 :

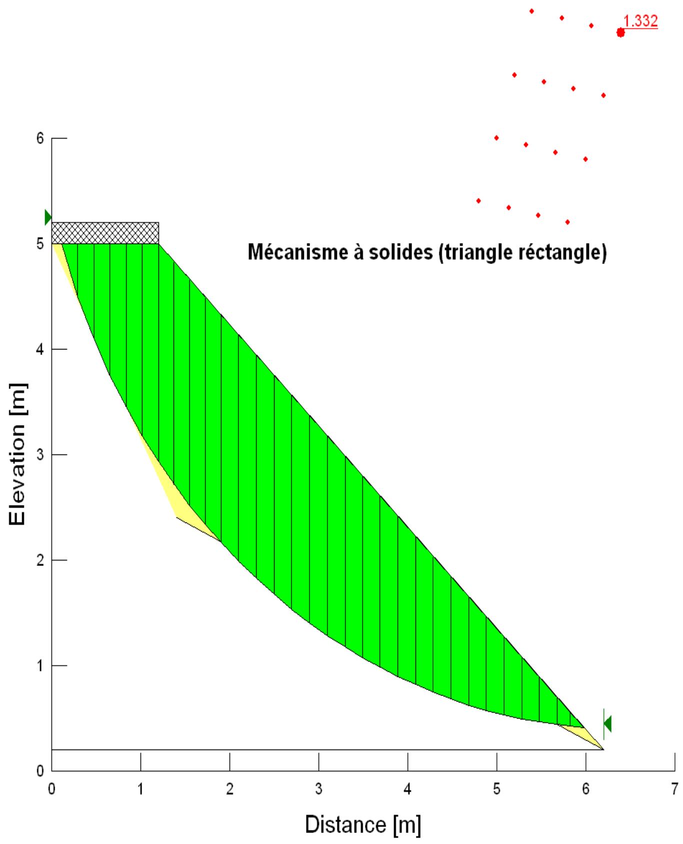


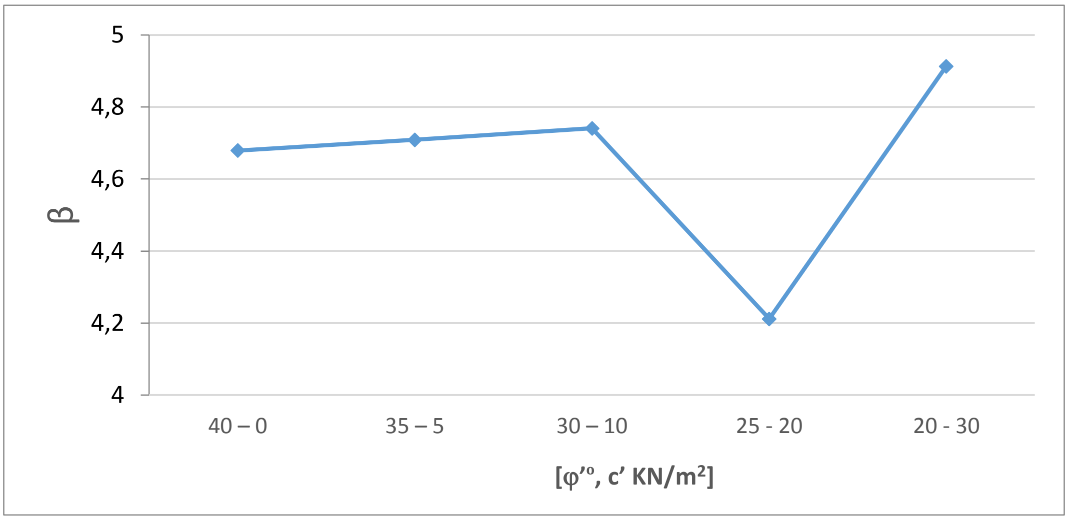
Figure 5.13 : Cercle de rupture. Modèle 3

1.5.7. Modèle stochastique

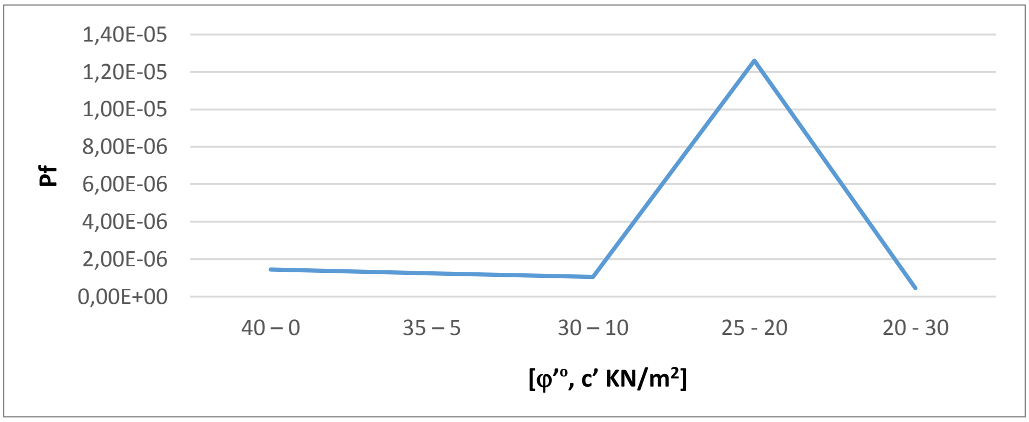
Les résultats obtenus pour ce mécanisme après la programmation de l'équation R-S=0 à l'aide du programme Zuvan sont consignés dans le tableau ci-dessous :

[φ'-c']	40 - 0	35 – 5	30 – 10	25 - 20	20 - 30
β	4.679	4.709	4.741	4.212	4.913
Pf	$1.44.10^{-6}$	$1.24.10^{-6}$	$1.06.\ 10^{-6}$	$1.26.\ 10^{-5}$	$4.48\ 10^{-7}$

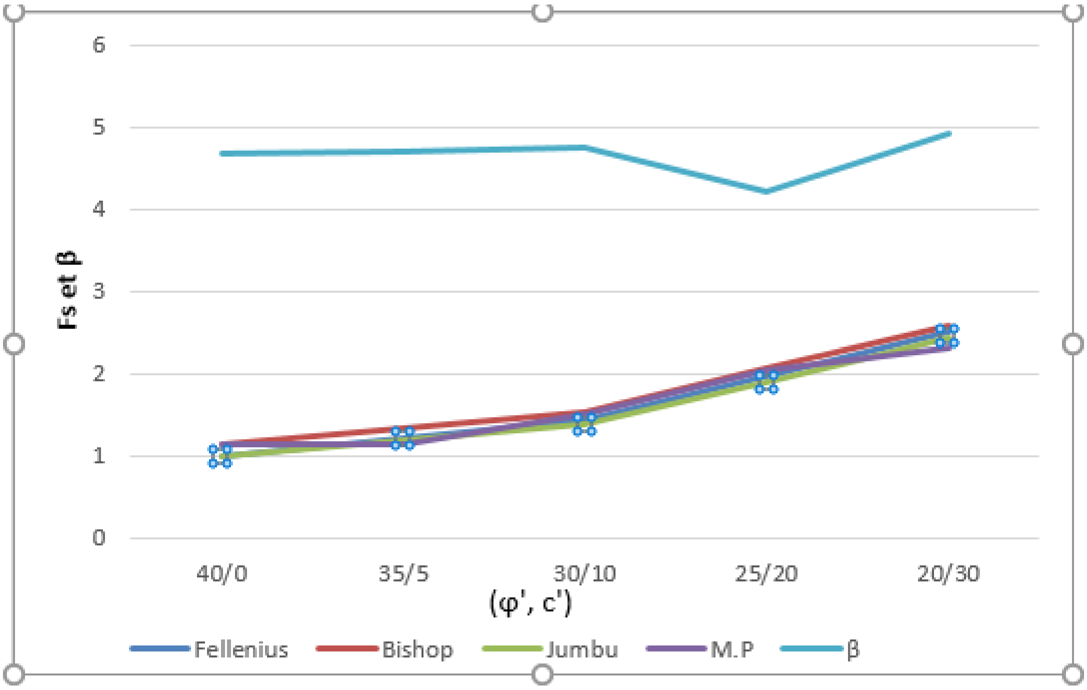
Tableau 5.11 : Variation de β et Pf en fonction de *(φ'- c')*



Courbe 5.7: Variation de β en fonction [φ'- c']



Courbe 5.8 : Variation de Pf en fonction de [φ'- c']



Courbe 5.9 : Variation de Fs et β en fonction de [φ' -c']

1.5.8 Discussion

Il est pertinent de noter dans la courbe (5.8) les aspects suivants :

- La constance de β pour les couples 40/0, 35/5 et 30/10.
- Un point de chute aux abords de la plage du couple (25 / 20) correspondant à θ critique

Il ressort donc clairement que la valeur de β la plus faible est obtenue avec la plus grande probabilité pour le couple de valeurs 25 /20 ce qui n'est pas le cas pour le modèle mécanique critique retenu.

La courbe globale fait ressortir la variation du coefficient de sécurité F_S, calculé avec les différentes méthodes et β en fonction des couples φ' et c', les remarques suivantes sont à faire :

- L'évolution de β et de F_s est quasi parallèle, mis à part au niveau du couple 25/20 ou on enregistre une légère décroissance pourtant correspondant à un Fs approchant 2.
- Plus β augmente plus F_s augmente aussi ce qui conforte la théorie.

1.6. Mécanisme à 3 solides. (1 triangle isocèle) « 3STI » (Cercle profond) :

1.6.1. Description du mécanisme :

Parfois le cercle critique se trouve en profondeur pour cela nous allons considérer plusieurs cas de mécanismes formés de trois solides de forme géométriques différentes dont les caractéristiques sont mentionnées sur les schémas. Le solide 3 est pour tous les cas un triangle

rectangle d'inclinaison égale à $\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}$ selon la théorie de la butée de *Rankine*, de profondeur $y=l_{32}$, de longueur de glissement l_3, situé à la distance (- l_4) à partir de l'origine considérée dans les cas à deux solides.

Le solide (2), est prolongé par une partie en dessous de l'axe horizontal considéré (soit un triangle soit un rectangle).

Ce type de mécanisme comprend trois solides rigides, la méthodologie de travail dans cette partie est comme suit :

- On détermine l'expression de la force appliquée sur le solide 2 et due au solide 1, en isolant ce dernier.
- On détermine l'expression de la force appliquée sur le solide 2 et due au solide 3, en isolant ce dernier.
- La troisième étape consiste à isoler le solide du milieu (2) et qui sera soumis en plus de ses propres forces extérieures aux forces dues au solide 1 et au solide 2.

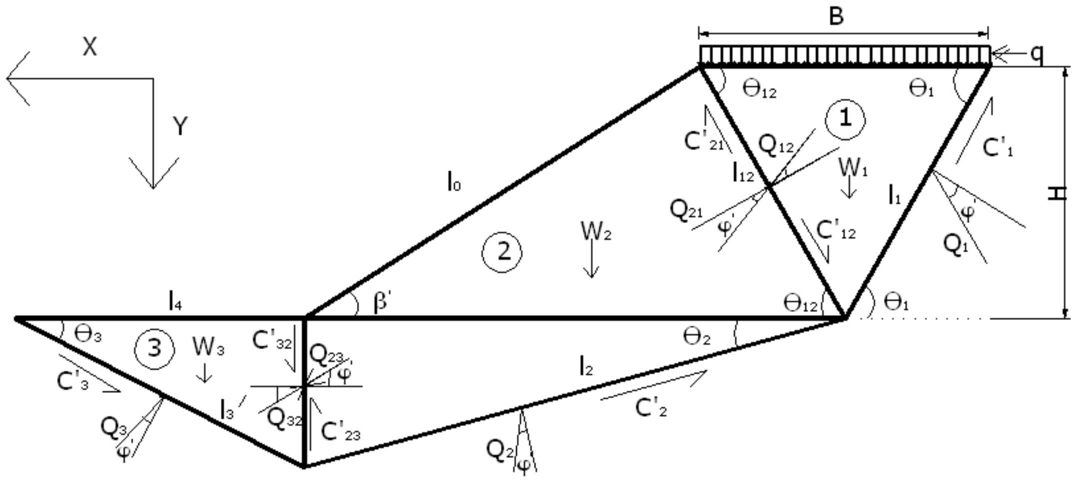


Figure : 5.14: Mécanisme 3 solides Modèle4

On isole le solide 1

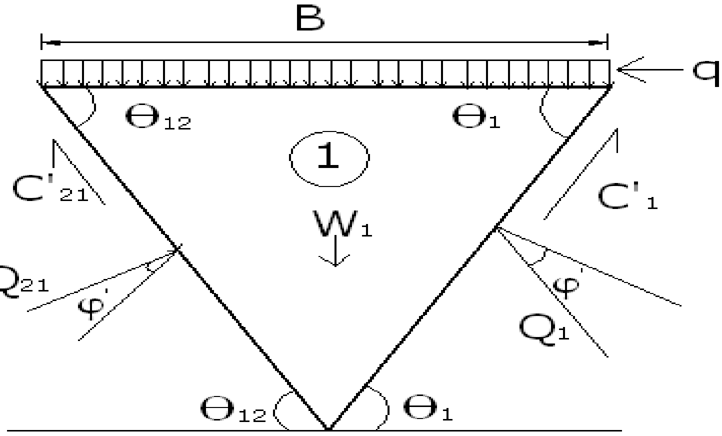


Figure 5.15 : Solide 1 isolé

L'équilibre du solide 1 est donné par :

$$\sum F_H = -C'_1 \cos\theta_1 + C'_{12} \cos\theta_{12} + Q_1 \sin(\theta_1 - \varphi') - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') = 0 \qquad (5.37)$$

La projection des forces verticales donne :

$$\sum F_V = -C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} \sin\theta_{12} + W_1 + qB - Q_1 \cos(\theta_1 - \varphi') - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') = 0 \qquad (5.38)$$

De l'équation (5.37) on tire Q_1 :

$$Q_1 = \frac{1}{\cos(\theta_1 - \varphi')}[-C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} \sin\theta_{12} - Q_{12} \cos(\theta_{12} - \varphi') + (W_1 + qB)] \qquad (5.39)$$

On remplace Q_1dans l'équation (5.38), on obtient Q_{12}:

$$Q_{12} = \frac{1}{\sin(\theta_1 + \theta_2 - 2\varphi')}[-C'_1 \cos\varphi' + C'_{12} \cos(\theta_1 + \theta_{12} - \varphi') + (qB + W_1)\sin(\theta_1 - \varphi')] \qquad (5.40)$$

On isole le solide 3 :

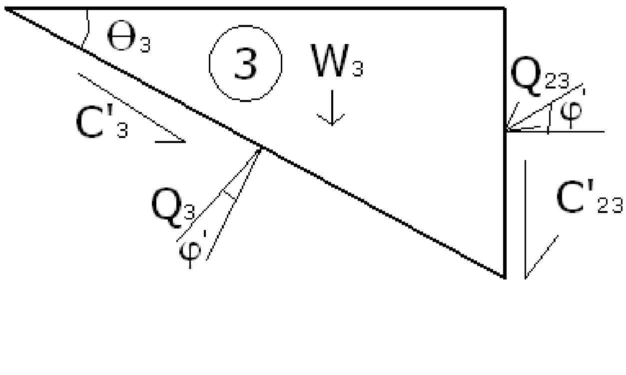


Figure 5.16 : Solide 3 isolé

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = -C'_3 \cos\theta_3 - Q_3 \sin(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \cos\varphi' = 0 \quad (5.41)$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = +C'_3 \sin\theta_3 + W_3 + C'_{32} - Q_3 \cos(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \sin\varphi' = 0 \quad (5.42)$$

De l'équation (5.41) On tire Q_3 :

$$Q_3 = -C'_3 \frac{\cos\theta_3}{\sin(\theta_3 - \varphi')} + Q_{23} \frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_3 - \varphi')} \quad (5.43)$$

On remplace Q_3 dans l'équation (5.43), et après quelques transformations algébriques, on obtient :

$$Q_{23} = +C'_3 \frac{\cos\varphi'}{\cos\theta_3} + C'_{32} \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} + W_3 \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} \quad (5.44)$$

On isole maintenant le solide du milieu (2), qui sera soumis aux forces extérieures Q_{12} due au solide (1) et la force Q_{32} due au solide (3).

On isole le solide 2 :

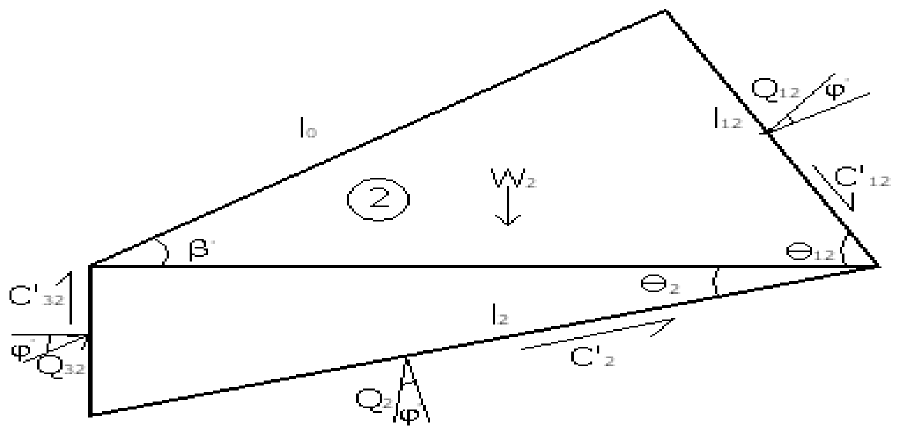


Figure 5.17: Solide 2 isolé

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = -C'_2 \cos\theta_2 - Q_2 \sin(\theta_2 - \varphi') + Q_{12}\cos(\theta_{12} - \varphi') + C'_{12}\sin\theta_{12} - Q_{23}\cos\varphi' = 0 \qquad (5.45)$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = -C'_{12}\cos\theta_{12} - Q_2 \sin s(\theta_2 - \varphi') + Q_{12}\cos(\theta_{12} - \varphi') + C'_{32} - C'_2 \sin\theta_2 - Q_{32}\sin\varphi' + W_2 = 0 \qquad (5.46)$$

On tire Q_2 de l'équation (5.45) :

$$Q_2 = -C'_2 \frac{\cos\theta_2}{\sin(\theta_2 - \varphi')} + C'_{12}\frac{\sin\theta_{12}}{\sin(\theta_2 - \varphi')} + Q_{12}\frac{\cos(\theta_{12} - \varphi')}{\sin(\theta_2 - \varphi')} - Q_{32}\frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2 - \varphi')} \qquad (5.47)$$

On remplace dans l'équation (5.46), Q_2 , Q_{12} et Q_{32} par leurs expressions respectives et après quelques transformations algébriques, on obtient l'équation générale d'équilibre limite du mécanisme :

$$\begin{aligned} R - S = {} & C'_1 m_1 \cos\varphi' + c'_2 \cos\theta_2 + c'_{32}(1 + m_2 \sin(\theta_3 - \varphi')) + W_2 + W_3 m_2 \sin(\theta_3 - \varphi') - [c'_3 m_2 \cos\varphi' \\ & + c'_{12}(\cos\theta_{12} + m_1 \cos(\theta_1 + \theta_{12} - \varphi') + (qB + W_1) m_1 \sin(\theta_1 - \varphi')] = 0 \end{aligned} \qquad (5.48)$$

$$m_1 = \frac{\cos(\theta_{12} - \varphi')}{\sin(\theta_1 + \theta_2 - 2\varphi')} \qquad (5.49)$$

et $$m_2 = \frac{\cos\varphi'}{\cos\theta_3} \qquad (5.50)$$

$$p = q.H \frac{\sin(\theta_{12} + \theta_1)}{\sin\theta_{12}.\sin\theta_1} \qquad (5.51)$$

$$C'_1 = c'.l_1 = c'.H \frac{1}{\sin\theta_1} \qquad (5.52)$$

$$C'_2 = c'.l_2 = c'.H \frac{1}{tg\beta'.\cos\theta_2} \qquad (5.53)$$

$$C'_3 = c'.l_3 = c'.H \frac{tg\theta_2}{tg\beta'.\sin\theta_3} \qquad (5.54)$$

$$C'_{12} = c'.l_{12} = c'.\frac{H}{\sin\theta_{12}} \qquad (5.55)$$

$$C'_{23} = c'.l_{23} = c'.H.tg\theta_2.tg\beta' \qquad (5.56)$$

$$W_1 = 0.5\gamma H^2 \frac{\sin(\pi - \theta_1 - \theta_{12})}{\sin\theta_{12}.\sin\theta_1} \qquad (5.57)$$

$$W_2 = 0.5\gamma H^2 \left(\frac{2}{tg\beta'} + \frac{1}{tg\theta_{12}} + \frac{tg\theta_2}{tg^2.\beta'}\right) \qquad (5.58)$$

$$W_3 = 0.5\gamma H^2 \left(\frac{tg^2\theta_2}{tg\theta_3}\right)\left(\frac{1}{tg\beta'} + \frac{1}{tg\theta_{12}}\right)^2 \qquad (5.59)$$

<u>Remarque :</u>

Pour ce type de mécanisme composé de 3solides rigides, l'équation d'équilibre limite à été aussi déterminée en subdivisant le solide du milieu noté solide (2) en deux parties W_1 et W_2 pensant que le poids W_1 allait favoriser le glissement donc allait se trouver dans la partie sollicitation, par contre le poids W_2 allait servir de butée au solide1 donc allait se trouver dans la partie résistance ;la réalité a montré que les deux parties de poids avaient le même signe donc jouait le même rôle, c'est pour cela qu'ont préféré considérer le solide 2 comme étant un seul bloc.

1.6.2. Résultats

Le calcul automatique a donné les cas d'équilibres limites suivants, nous retiendrons les plus significatifs dans le tableau suivant :

q	c'	φ'	B	θ_1	θ_2	θ_3	R	S
20	10	30	4.33	60	33	30	2035.500	2031.100
	30	20	4.70	55	39	35	1092.500	1084.700
30	20	25	4.53	57.5	34	33	1425.800	1423.900
60	30	20	4.70	55	32	35	1713.000	1706.400
100	30	20	4.70	55	26	35	3529.700	3521.400

Tableau 5.12: Valeurs de q en fonction de [c', φ', B, θ_1, θ_2]

1.6.3. Analyse des résultats :

A la lumière des résultats affichés, les commentaires suivants sont à faire :

- Le nombre de cas limite a fortement diminué, la cause principale est l'introduction du solide 3 qui joue le rôle de butée et empêche ainsi la masse de glisser.
- La largeur de la surcharge B a fortement augmenté par rapport aux modèles précédents.
- La valeur de l'angle θ_3 du solide 3 est voisine en valeur avec l'inclinaison du solide 2.

1.6.4. Modèle mécanique retenu

Comme les inclinaisons des différents solides jouent pratiquement le même rôle et en tenant compte des résultats de R-S=0 cités plus haut, les valeurs du modèle mécanique retenue pour ce mécanisme sont :

β'= 45 , γ=19 kN/m3, q=30 kN/m², B=4.53 m, θ_1=57.5° , θ_3=33° θ_2 =34° , φ'=25°, c'=20 kN/m², R=1425.800 et S=1423.900

1.6.5 Mécanisme de ruine du modèle 4

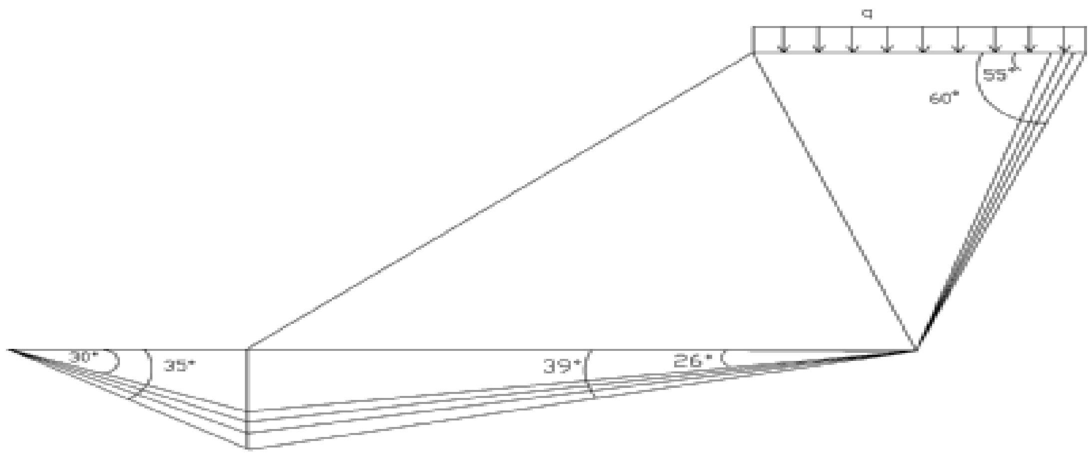


Figure 5.18 : Mécanisme de ruine Mécanisme 4 Modèle

1.6.6. Méthode déterministe : Résultats des coefficients de sécurité F_s

[φ'/c'] / F_s	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	1.043	0.975	0.926	0.997	1.063
Bishop	1.262.	1.183	1.110	1.176	1.212
Jumbu	1.086	1.015	0.957	1.002	1.040
M.P	1.304	1.212	1.137	1.180	1.209

Tableau 5.13 Variation de Fs en fonction de [φ'-c']

Les valeurs de Fs sont toutes inferieures à 1,5 avec les plus basses enregistrées pour le couple (30 /10).

1.6.7 Exemple de cercle de rupture du modèle 4.

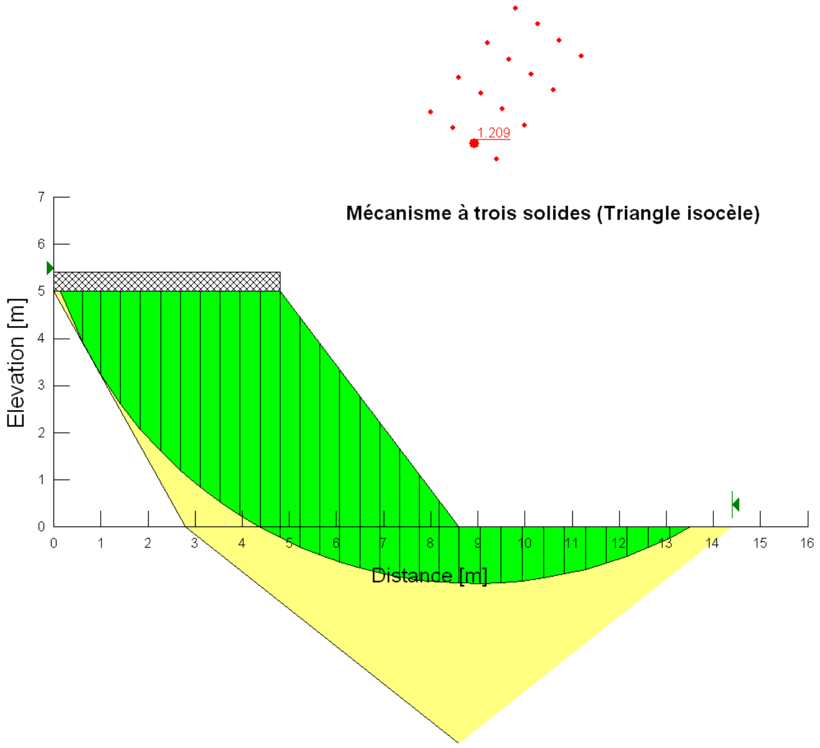


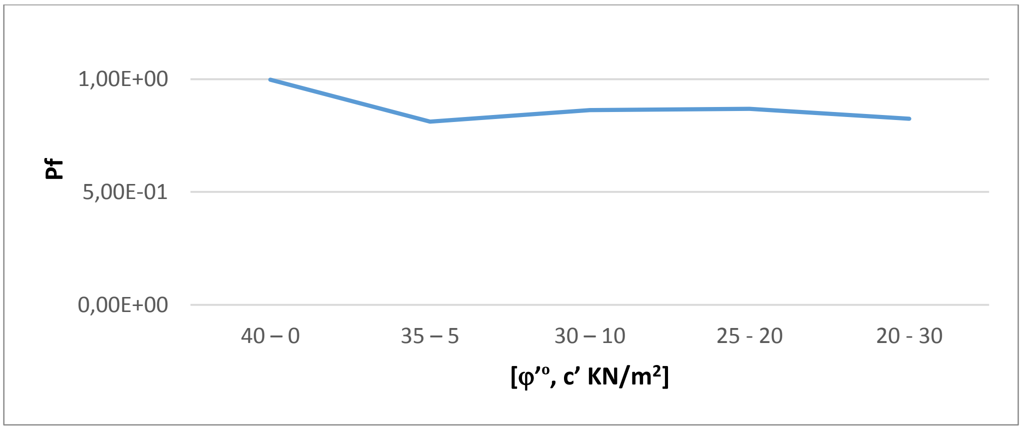
Figure 5.19 : Cercle de glissement modèle 4

- La partie du sol en mouvement concerne la partie aérienne du talus et une partie basse du sol support.

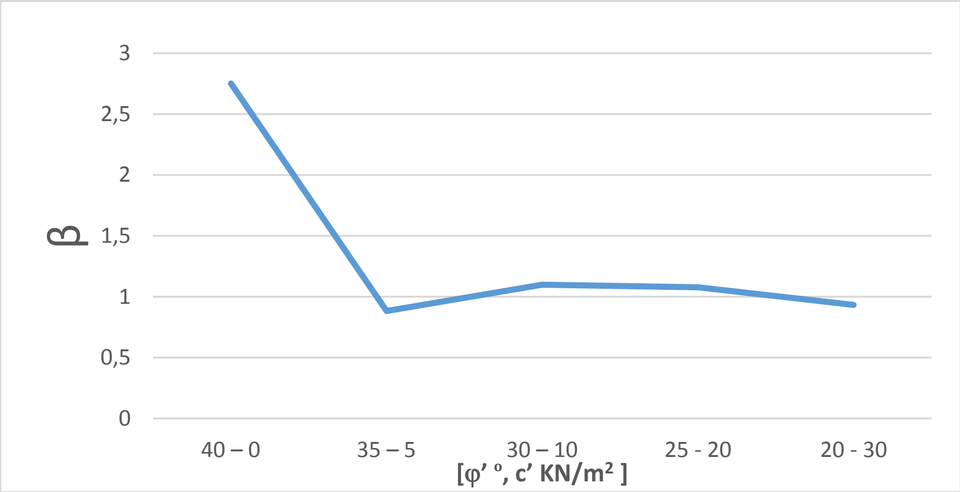
1.6.8 Modèle stochastique

[φ'-c']	40 – 0	35 – 5	30 – 10	25 - 20	20 - 30
β	2.750	0.882	1.098	1.079	0.934
P_f	$9.97.10^{-1}$	$8.11.10^{-1}$	$8.63.10^{-1}$	$8.69.\ 10^{-1}$	$8.24.10^{-1}$

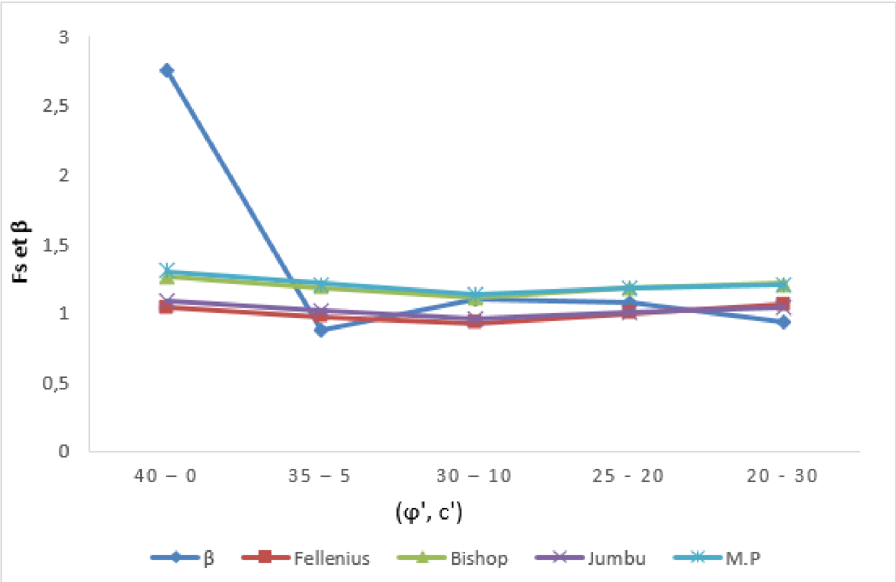
Tableau 5.14 : Variation de β et P_f en fonction de [φ*'-c']*



Courbe 5.10 : Variation de Pf en fonction de [φ'- c']



Courbe 5.11 : Variation de β en fonction de [φ'- c']



Courbe 5.12 : Variation de Fs et β en fonction de [φ'-c']

1.6.9 Discussion

Les valeurs de l'indice de fiabilité pour ce cas sont faibles par rapport aux valeurs des modèles précédents et correspondent bien aux valeurs de Fs. Les valeurs de Pf sont grandes même supérieurs à celles données dans la littérature spécialisée qui affirment que les valeurs de Pf sont généralement inferieures à10^{-2}

Mise à part la partie de courbe des premières valeurs Fs et β la variation est pratiquement similaire.

Cette courbe montre clairement que selon l'indice de fiabilité le cas critique est obtenu pour le couple de **(φ'-c')**, (35, 5) par contre la valeur minimale de Fs est obtenue pour le couple (30 ,10), donc le calcul probabiliste parait plus pessimiste que le calcul déterministe pour une valeur de la cohésion assez faible.

1.7. Mécanisme à trois solides solide 1 triangle rectangle »3STR » :

1.7.1. Description du mécanisme

Le mécanisme ci-dessous comprend trois solides rigides de mêmes hypothèses que le mécanisme précédent, la seule différence est que le solide 1est sous forme d'un triangle rectangle.

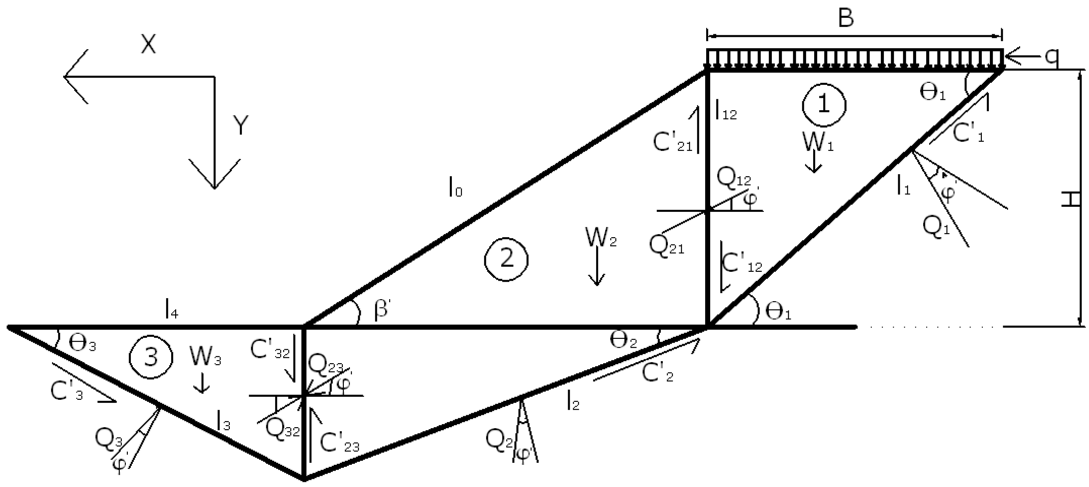


Figure 5.20 : Mécanisme 3 solides Modèle 5

On isole le solide1 :

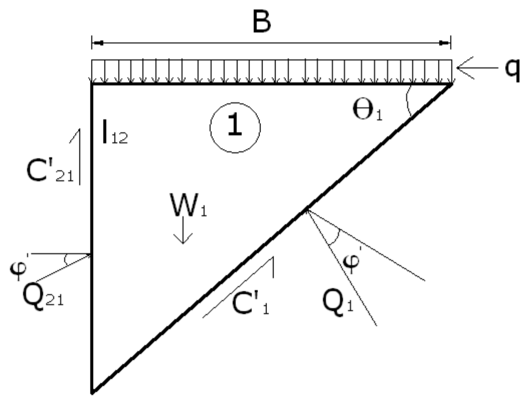


Figure 5.21: Solide 1 isolé.

$$\sum F_H = -C'_1 \cos\theta_1 + Q_1 \sin(\theta_1 - \varphi') - Q_{21}\cos\varphi' = 0 \tag{5.60}$$

$$\sum F_V = -C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} + W_1 + qB - Q_1 \cos(\theta_1 - \varphi') - Q_{21}\sin\varphi' = 0 \tag{5.61}$$

On tire Q_1 de l'équation (5.60)

$$Q_1 = -C'_1 \frac{\sin\theta_1}{\cos(\theta_1 - \varphi')} - Q_{21}\frac{\sin\varphi'}{\cos(\theta_1 - \varphi')} + \frac{(W_1 + qB)}{\cos(\theta_1 - \varphi')} \tag{5.62}$$

On remplace Q_1 dans l'équation (5.61)et après quelques transformations algébriques on obtient Q_{21} :

$$Q_{12} = -C'_1 \frac{\cos\varphi'}{\sin\theta_1} - C'_{12}\frac{\sin(\theta_1 - \varphi')}{\sin\theta_1} + (qB + W_1)\frac{\sin(\theta_1 - \varphi')}{\sin\theta_1} \tag{5.63}$$

On isole le solide 3

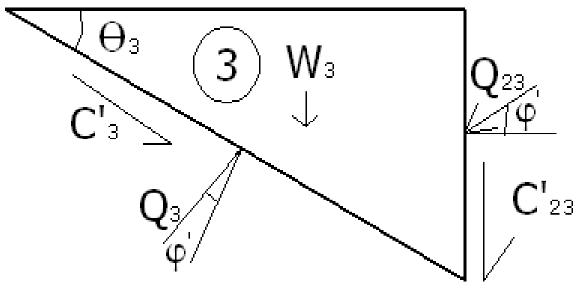


Figure 5.22: Solide 3 isolé

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = -C'_3 \cos\theta_3 - Q_3 \sin(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \cos\varphi' = 0 \quad (5.64)$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = +C'_3 \sin\theta_3 + C'_{32} + W_3 - Q_3 \cos(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \sin\varphi' = 0$$

(5.65)

On tire Q_3 de l'équation (5.64) :

$$Q_3 = -C'_3 \frac{\cos\theta_3}{\sin(\theta_3 - \varphi')} + Q_{23} \frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_3 - \varphi')} \quad (5.66)$$

On remplace Q_3 dans l'équation (5.65), et après quelques transformations algébriques on obtient :

$$Q_{23} = +C'_3 \frac{\cos\varphi'}{\cos\theta_3} + C'_{32} \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} + W_3 \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} \quad (5.67)$$

On isole maintenant le solide du milieu (2), il est composé de deux triangles, l'ensemble est soumis en plus de ses propres forces extérieures aux forces dues aux solides 1 et 3

On isole le solide 2 :

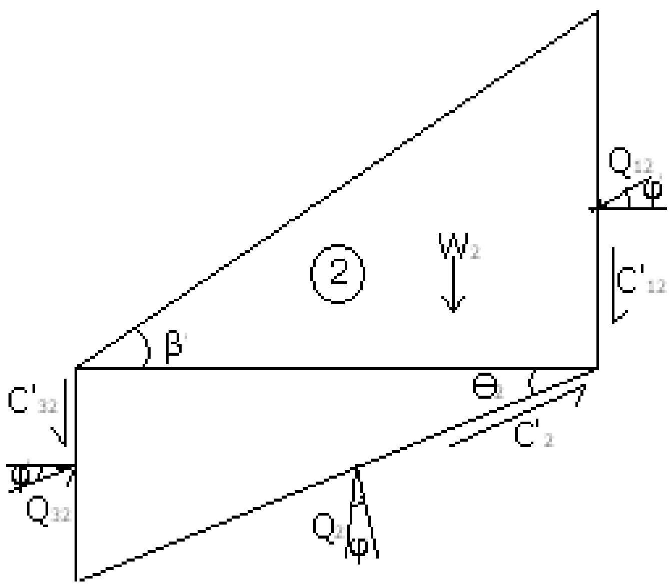


Figure 5.23 : Solide 2 isolé.

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = +C'_2 \cos\theta_2 - Q_2 \sin(\theta_2 - \varphi') + Q_{12}\cos\varphi' - Q_{32}\cos\varphi' = 0 \tag{5.68}$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = C'_{12} + C'_{32} + W_2 + Q_{12}\sin\varphi' - Q_2\cos(\theta_2 - \varphi') - Q_{32}\sin\varphi' = 0 \tag{5.69}$$

On tire Q_2 de l'équation (5.68) :

$$Q_2 = +C'_2 \frac{\cos\theta_2}{\sin(\theta_2 - \varphi')} + Q_{12}\frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2 - \varphi')} - Q_{32}\frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2 - \varphi')} \tag{5.70}$$

$Q_{21} = -Q_{12}$ et $Q_{23} = -Q_{32}$

On remplace Q_2, Q_{21} et Q_{23} dans l'équation (5.69) par leurs expressions respectives et après quelques transformations algébriques on obtient l'équation d'équilibre générale limite du mécanisme.

Enfin l'équation générale d'équilibre limite de ce mécanisme est :

$$C'_2\, m_2 \frac{\cos(\theta_2 - \varphi')\cos\theta_2}{\sin(\theta_2 - \varphi')} + C'_{12}\left(1 + m_1\frac{\cos(\theta_2 - \varphi')}{\sin\theta_2}\right) + C'_{32}\left(1 + m_2\frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\sin\theta_3}\right) + W_3 m_2 \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\sin\varphi'} - \left\{ m_1\left[C'_1\frac{\sin\varphi'}{\sin\theta_1} + W_1\frac{\cos(\theta_2 - \varphi')}{\sin\theta_2} + qB\frac{\cos(\theta_1 - \varphi'_1)}{\sin\theta_1}\right] + m_2 C'_3\frac{\cos\varphi'}{\sin\theta_3} + W_2\right\} \tag{5.71}$$

Avec $\quad m_1 = \dfrac{\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 - \varphi')}$ (5.72)

$$m_2 = \frac{\cos(2\varphi' - \theta_2)}{\sin(\theta_2 - \varphi')} \tag{5.73}$$

$$B = \frac{H}{tg\,\theta_1} \tag{5.74}$$

$$C'_1 = c'l_1 = c'.H\frac{\cos\theta_1}{\sin^2\theta_1} \tag{5.75}$$

$$C'_2 = c'l_2 = c'.H\frac{1}{tg\beta'.\cos\theta_2} \tag{5.76}$$

$$C'_3 = c'l_3 = c'.H\frac{tg\,\theta_2}{\sin\theta_3.tg\beta'} \tag{5.77}$$

$$C'_{12} = c' l_{12} = c'.H \quad (5.78)$$

$$C'_{23} = c' l_{23} = c'.H \frac{tg\theta_2}{tg\beta'} \quad (5.79)$$

$$W_1 = 0.5\gamma H^2 \frac{1}{tg\theta_1} \quad (5.80)$$

$$W_2 = 0.5\gamma H^2 \left(\frac{1}{tg\theta_2} + \frac{tg\theta_2}{tg\beta'}\right) \quad (5.81)$$

$$W_3 = 0.5\gamma H^2 \frac{tg^2\theta_2}{tg\theta_3 . tg^2\beta'} \quad (5.82)$$

1.7.2. Résultats

Le calcul automatique a donné les cas d'équilibres limites suivants, nous retiendrons les plus significatifs dans le tableau suivant :

q	c'	φ'	B	θ_1	θ_2	θ_3	R	S
10	5	35	2.60	62.5	42	28	720.340	713.320
20	5 30	35 20	2.60 3.50	62.5 55	42 42	28 35	720.340 1041.600	710.050 1031.800
30	5	35	2.60	62.5	42	28	720.340	713.600
40	5 20	35 25	2.60 3.19	60 57.5	41 42	35 33	1109.200 944.790	1107.300 935.930
50	5	35	2.60	60	41	35	720.340	718.700
100	10	30	2.89	60	41	30	856.980	847.100

Tableau 5.15 : Variation de q en fonction de [c', φ', B, θ_1 et θ_2]

1.7.3. Analyse des résultats

A la lumière des résultats affichés, les commentaires suivants sont à faire :

- La largeur de la surcharge B a augmenté par rapport aux modèles précédents à deux solides.
- La valeur de l'angle θ_3 du solide 3 est voisine en valeur avec l'inclinaison du solide 2.

1.7.4. Modèle mécanique retenu

Le modèle mécanique retenu pour ce mécanisme est celui qui nous donne le(R-S) le proche de la valeur 0, d'autant plus que les valeurs des inclinaisons sont aussi très proches.

q=50KN/m^2 B=2.60m, θ_1=60°, θ_2=41° θ_3=35°, φ'=35°, c'=5 KN/m^2 , R=720.340 et S=718.700

1.7.5 Mécanisme de ruine du modèle 5.

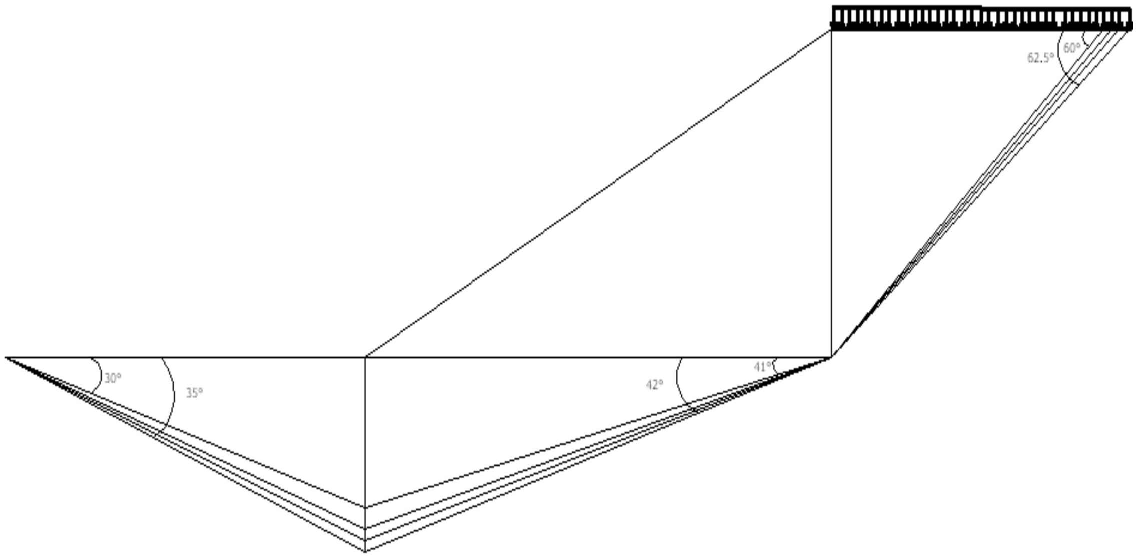


Figure 5.24 : Mécanisme de ruine du modèle 5

1.7.6 Méthode déterministe : Résultats des coefficients de sécurité F_s

[φ', c'] / F_s	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	1.596	1.678	1.773	2.188	2.619
Bishop	1.926	1.962	2.000	2.378	2.771
Jumbu	1.644	1.697	1.763	2.127	2.504
M.P	1.941	1.966	1.998	2.372	2.763

Tableau 5.16 : Variation de Fs en fonction de [φ'- c']

En observant les valeurs du coefficient de sécurité Fs données par les différents auteurs on remarque que toutes les valeurs sont supérieures à 1.5 ce qui montre que le mécanisme est stable entre autre les valeurs minimales sont obtenues pour le couple *(φ', c') de (40, 0) ce qui prouve encore une fois le rôle de la cohésion dans la stabilité des terrains.*

1.7.7 Exemple de cercle de rupture : modèle 5

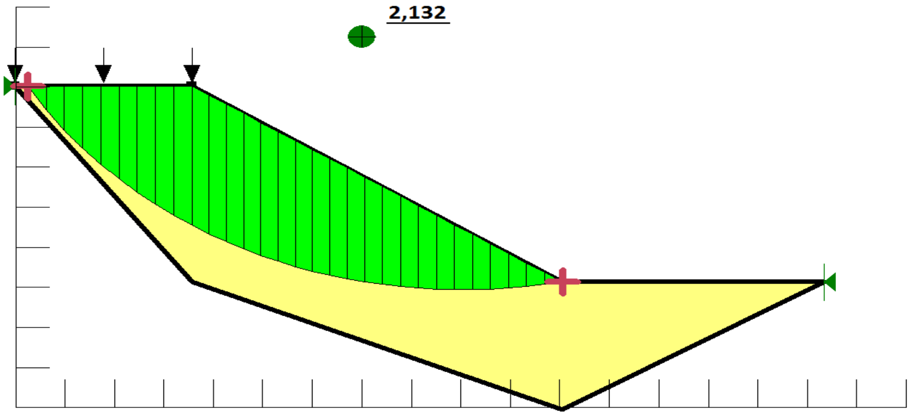
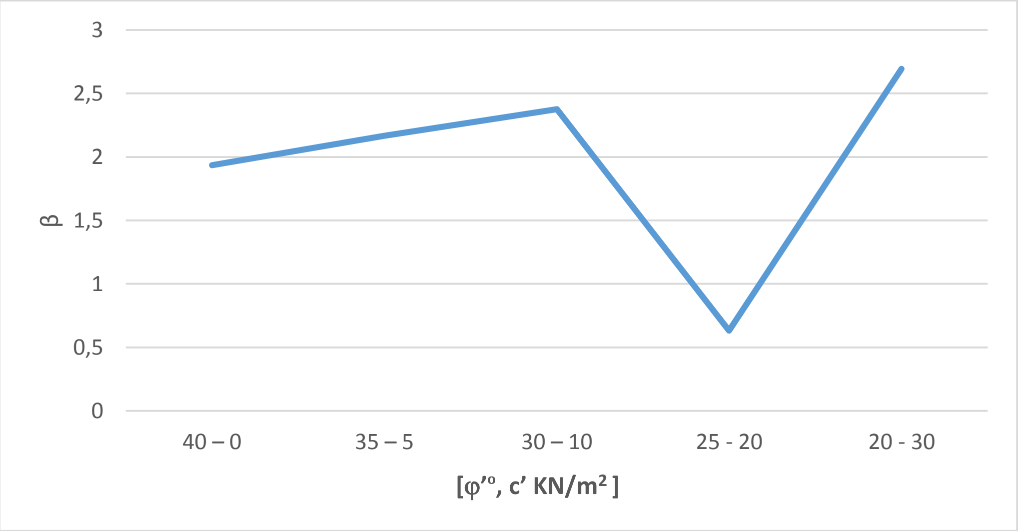


Figure 5.25 Cercle de rupture du modèle 5

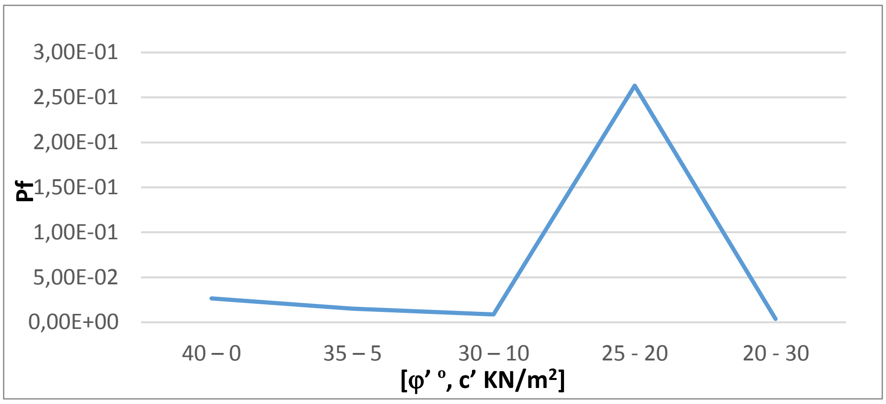
1.7.8 Modèle stochastique

[φ'-c']	40 – 0	35 – 5	30 – 10	25 - 20	20 - 30
β	1.936	2.167	2.377	0.631	2.693
P_f	$2.64.10^{-2}$	$1.512.10^{-2}$	$8.716.10^{-3}$	$2.63.10^{-1}$	$3.53.\ 10^{-3}$

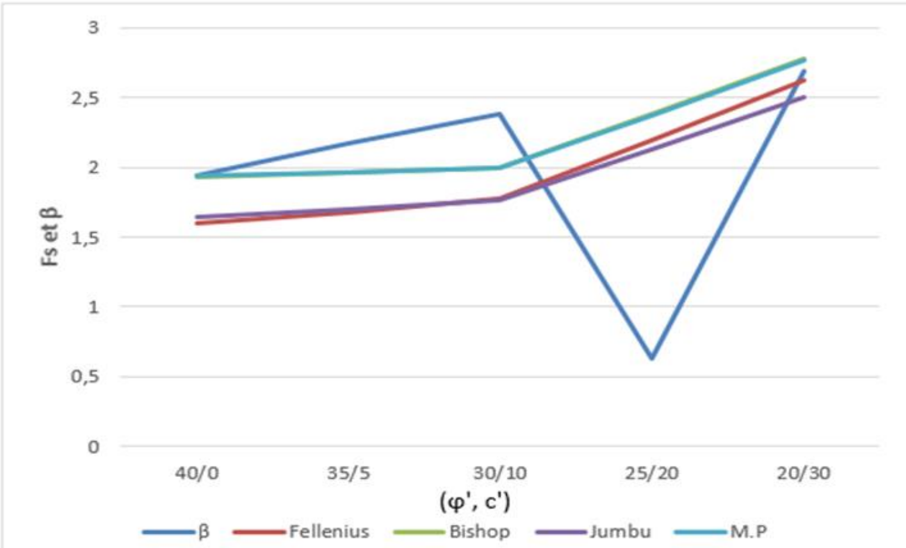
Tableau 5.17 : Variation de β et P_f en fonction de [φ'-c']



Courbe 5.13 : Variation de β en fonction de [φ'-c']



Courbe 5.14 : Variation de Pf en fonction de (φ'-c')



Courbe 5.15 : Variation de Fs et β en fonction de (φ'-c')

1.7.9 Discussion

Pour ce cas on voit clairement que les deux courbes de β *et de* Pf en fonction de (φ'-c') sont en parfaite adéquation. L'indice de fiabilité croit, décroit puis croit. La valeur minimale est enregistrée pour le couple (25.20) ou on note la plus grande valeur de Pf **.**

Les courbes mettent en évidence le décalage des valeurs minimales obtenues pour le Fs et le β.

1.8.Mécanisme trois solides 1 triangle isocèle ½ chargé « 3S1/2TI »

1.8.1. Description du mécanisme

Pour ce mécanisme nous avons chargés une partie du solide 1et une partie du solide 2 .
Le principe de raisonnement est le même adopté pour les mécanismes à trois solide.

Afin d'apprécier l'effet de la surcharge en l'étalant au solide du milieu (solide 2), le mécanisme considéré est :

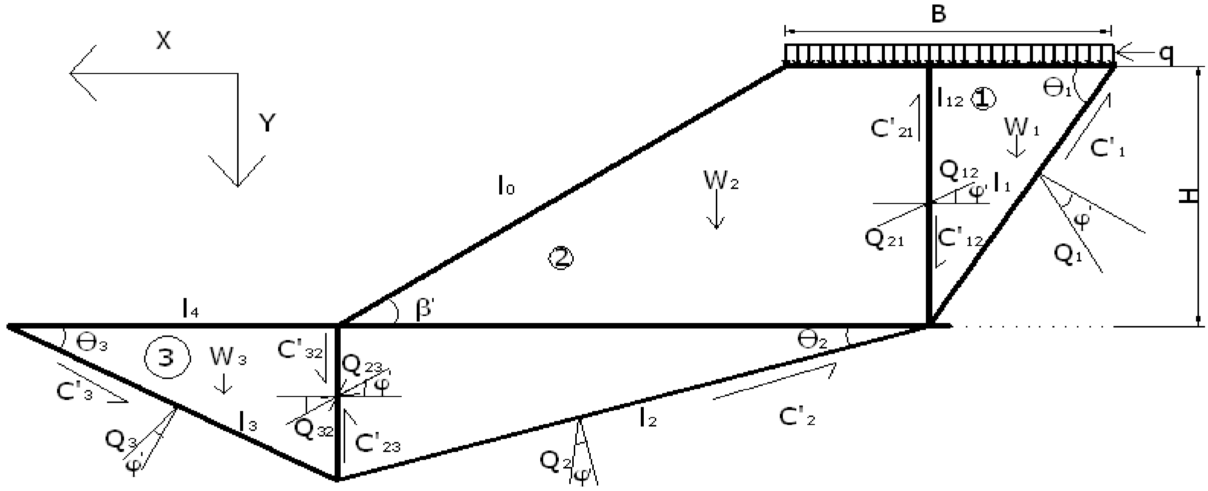


Figure 5.26 : Mécanisme 3 solides Modèle 6.

On isole le solide 1 :

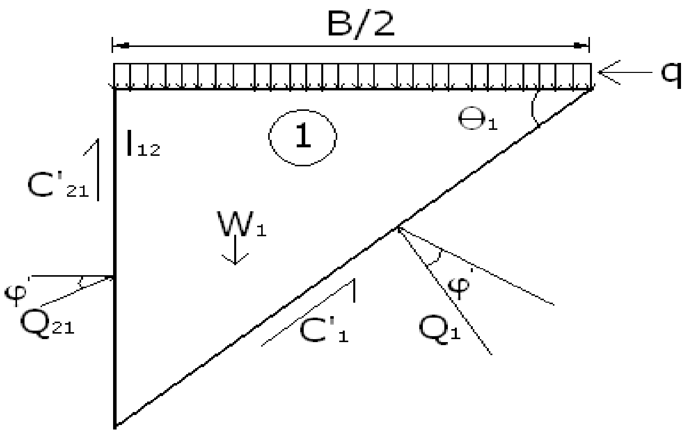


Figure 5.27 : Solide 1 isolé

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = -C'_1 \cos\theta_1 + Q_1 \sin(\theta_1 - \varphi') - Q_{21} \cos\varphi' = 0 \qquad (5.83)$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = -C'_1 \sin\theta_1 - C'_{12} + W_1 + qB - Q_1 \cos(\theta_1 - \varphi') - Q_{21} \sin\varphi' = 0 \qquad (5.84)$$

On tire Q_1 de l'équation (5.83)

$$Q_1 = -C'_1 \frac{\sin\theta_1}{\cos(\theta_1 - \varphi')} - Q_{21} \frac{\sin\varphi'}{\cos(\theta_1 - \varphi')} + \frac{(W_1 + qB)}{\cos(\theta_1 - \varphi')} \qquad (5.85)$$

On remplace Q_1 dans l'équation (5.84)et après quelques transformations algébriques on obtientQ_{12}:

$$Q_{12} = -C'_1 \frac{\cos\varphi'}{\sin\theta_1} - C'_{12} \frac{\sin(\theta_1 - \varphi')}{\sin\theta_1} + (qB + W_1) \frac{\sin(\theta_1 - \varphi')}{\sin\theta_1} \qquad (5.86)$$

On isole le solide 03

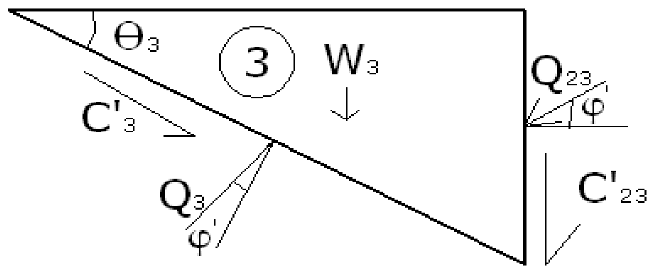


Figure 5.28: Solide 3 isolé

La somme des forces horizontales donne :

$$\sum F_H = -C'_3 \cos\theta_3 - Q_3 \sin(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \cos\varphi' = 0 \qquad (5.87)$$

La somme des forces verticales donne :

$$\sum F_V = +C'_3 \sin\theta_3 + C'_{32} + W_3 - Q_3 \cos(\theta_3 - \varphi') + Q_{23} \sin\varphi' = 0 \qquad (5.88)$$

On tire Q_3 de l'équation (5.87) :

$$Q_3 = -C'_3 \frac{\cos\theta_3}{\sin(\theta_3 - \varphi')} + Q_{23} \frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_3 - \varphi')} \qquad (5.89)$$

On remplace Q_3 dans l'équation (5.88), et après quelques transformations algébriques on obtient :

$$Q_{23} = +C'_3 \frac{\cos\varphi'}{\cos\theta_3} + C'_{32} \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} + W_3 \frac{\sin(\theta_3 - \varphi')}{\cos\theta_3} \tag{5.90}$$

On isole maintenant le solide du milieu (2), il est composé de deux triangles, l'ensemble est soumis en plus de ses propres forces extérieures aux forces dues aux solides 1 et 3

On isole maintenant le solide 2 :

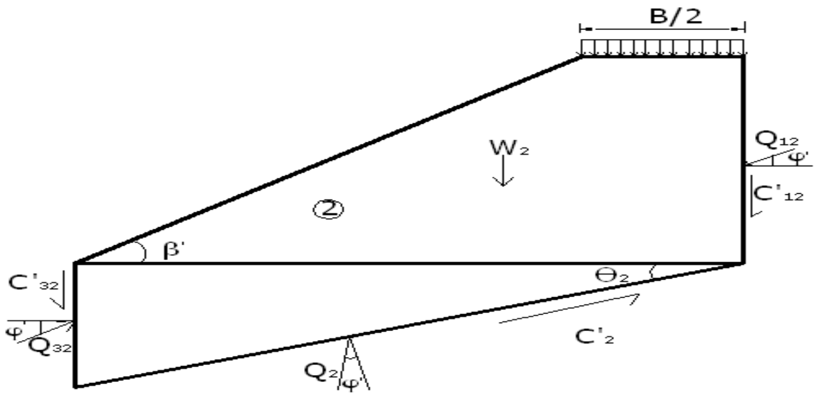


Figure 5.29 : Solide 2 isolé

$$\sum F_H = C'_2 \cos\theta_2 + Q_2 \cos(\theta_2 - \varphi') - Q_{12} \cos\varphi' + Q_{32} \cos\varphi' = 0 \tag{5.91}$$

$$\sum F_V = +C'_{12} + W_{21} + W_{22} + Q_{12} \sin\varphi' + Q_2 \cos(\theta_2 - \varphi') + C'_{32} + C'_2 \sin\theta_2 + Q_{32} \sin\varphi' + q\frac{B}{2} = 0 \tag{5.92}$$

- W_{21} Représente le poids propre de la partie supérieure du solide 2.
- W_{22} Représente la partie inférieure de solide 2.

On tire Q_2 de l'équation (5.91) :

$$Q_2 = -C'_2 \frac{\cos\theta_2}{\sin(\theta_2 - \varphi')} + Q_{12} \frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2 - \varphi')} - Q_{32} \frac{\cos\varphi'}{\sin(\theta_2 - \varphi')} \tag{5.93}$$

On remplace Q_{12}, Q_{32} et Q_2 dans l'équation (5.92) et après quelques transformations algébriques, on obtient l'équation générale d'équilibre limite du mécanisme :

$$R-S=C'_{12}m_1m_2+C'_2\frac{\cos(2\theta_2-\varphi')}{\sin(\theta_2-\varphi')}+m_1\frac{\sin(\theta_3-\varphi')}{\sin\theta_3}+W_{22}-(m_1[C_1'\frac{\sin\varphi'}{\sin\theta_1}+C'_3\cos\frac{\varphi'}{\sin\theta_3}+W_1m_2]+C'_{12}+$$
$$C'_{32}(1+m_1\frac{\sin(\theta_3-\varphi')}{\sin\theta_3})+W_{21}+q\frac{B}{2}(1+m_1m_2))=0 \quad (5.94)$$

Avec :

$$m_1=\frac{\cos\theta_2}{\sin(\theta_2-\varphi')} \quad (5.95)$$

$$m_2=\frac{\cos(\theta_1-\varphi')}{\sin\theta_1} \quad (5.96)$$

$$C'_1=c'.H\frac{1}{\sin\theta_1} \quad (5.97)$$

$$C'_2=c'.H\frac{1}{\cos\theta_2}(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1}) \quad (5.98)$$

$$C'_3=c'.H\frac{tg\theta_2}{\sin\theta_3}(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1}) \quad (5.99)$$

$$C'_{12}=c'.H \quad (6.0)$$

$$C'_{32}=c'.H.tg\theta_2(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1}) \quad (6.1)$$

$$W_1=\gamma.H^2.\cot g\theta_1 \quad (6.2)$$

$$W_{21}=\gamma.H^2.\cot g\theta_1+0.5\gamma H^2(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1}) \quad (6.3)$$

$$W_{22}=0.5\gamma H^2(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1})^2 \quad (6.4)$$

$$W_3=0.5\gamma.H^2\frac{tg^2\theta_2}{tg\theta_3}(\frac{1}{tg\beta'}+\frac{1}{tg\theta_1})^2 \quad (6.5)$$

1.8.2. Résultats

Le calcul automatique a donné les cas d'équilibres limites suivants, nous retiendrons les plus significatifs dans le tableau suivant :

q	c'	φ'	B	θ_1	θ_2	θ_3	R	S
10	10	20	6.37	55	34	33	2315.200	2302.500
20	20	25	6.37	57.5	33	33	2538.000	2524.600
30	30	20	7.00	55	44	35	1762.200	1753.900
40	20	25	6.37	57.5	32	33	2829.600	2828.200
60	20 30	25 20	6.37 7.00	57.5 55	31 36	33 35	3210.400 2142.200	3209.700 2134.00
70	30	20	7.00	55	35	35	2233.500	2230.700
80	30	20	7.00	55	34	35	2340.700	2335.300

Tableau 5.18 : Variation de q en fonction de [c', φ', B, θ_1, θ_2 et θ_3]

1.8.3. Analyse des résultats

A la lumière des résultats affichés, les commentaires suivants sont à faire :

- La largeur de la surcharge B a fortement augmenté par rapport aux modèles précédents à trois solides.
- La valeur de l'angle θ_3 du solide 3 est voisine en valeur avec l'inclinaison du solide 2.
- Dans ce cas la surcharge q varie de 10 à 80 KN /m^2

1.8.4. Modèle mécanique retenu

Le modèle mécanique retenu pour ce mécanisme est :

q=60KN /m^2, B=6.37m, θ_1=57.5° , θ_2 =31° , θ_3=33° φ'=25°, c'=20° , R=3210.400 et S=3209.700

1.8.5 Mécanisme de ruine du modèle 6.

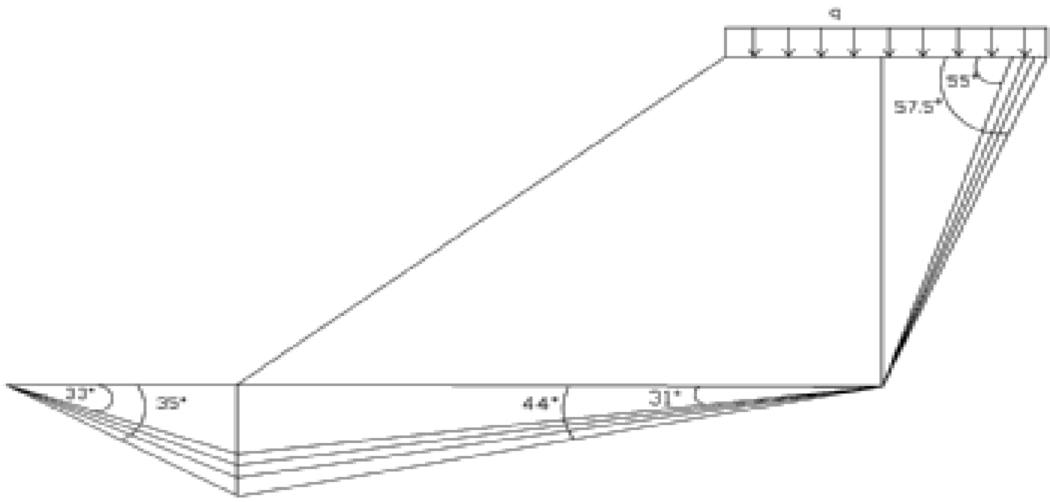


Figure 5.30 : Mécanisme de ruine du modèle 6

1.8.6 Méthode déterministe : Résultats des cœfficients de sécurité F_s

Fs \ [φ'/c']	40/0	35/5	30/10	25/20	20/30
Fellenius	1.057	1.035	1.009	1.130	1.263
Bishop	1.359	1.295	1.248	1.355	1.460
Jumbu	1.116	1.075	1.029	1.106	1.118
M.P	1.398	1.320	1.259	1.352	1.448

Tableau 5.19 : Variation de Fs en fonction de [φ'-c']

En observant les valeurs des coefficients de sécurité obtenues par les différentes méthodes, Pour ce modèle, on remarque que toutes les valeurs sont inférieures à 1 ,5 ce qui montre un mécanisme instable à cause d nouveau chargement adopté sur une partie du solide du milieu à savoir le solide 2 et de sa forme néanmoins la valeur de Fs minimale est obtenue pour le couple (φ*', c') de (30,10) toujours en décalage avec le couple donnant le mécanisme de ruine mécanique.*

1.8.7 Exemple de cercle de rupture pour le mécanisme 6 modèle 6.

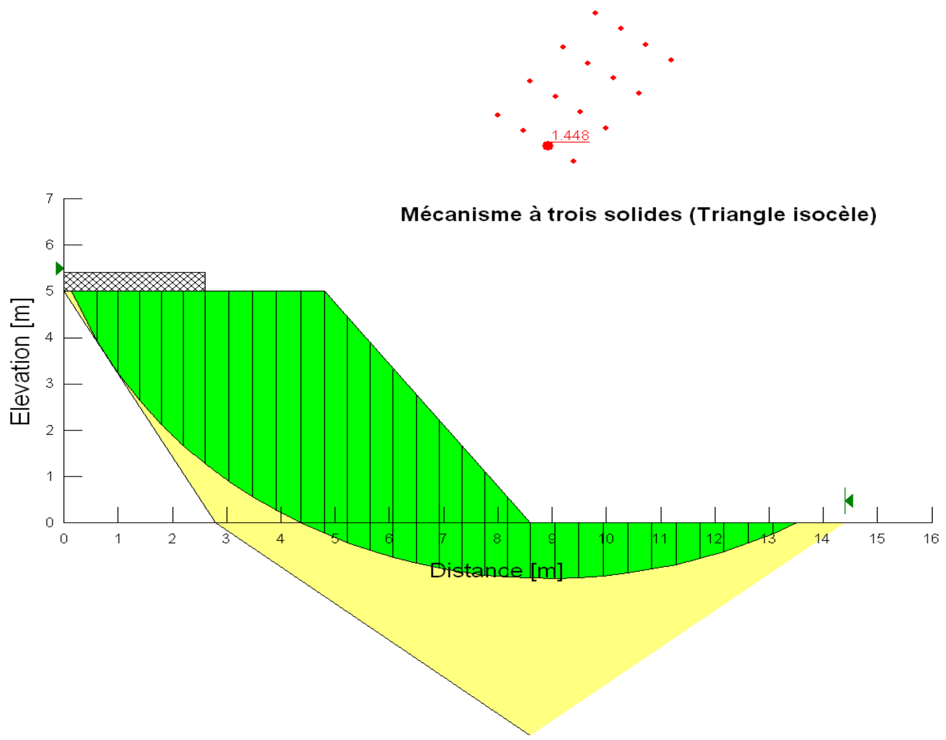
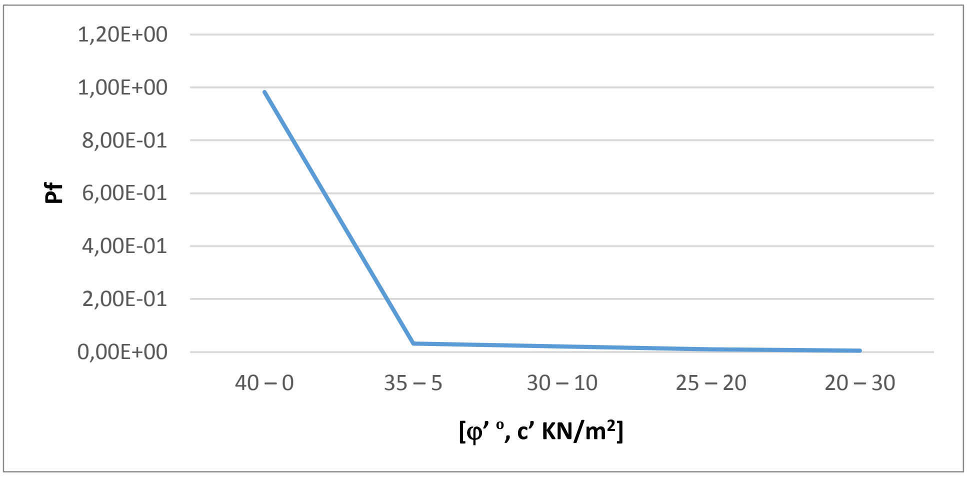


Figure 5.31: Cercle de glissement, modèle 6

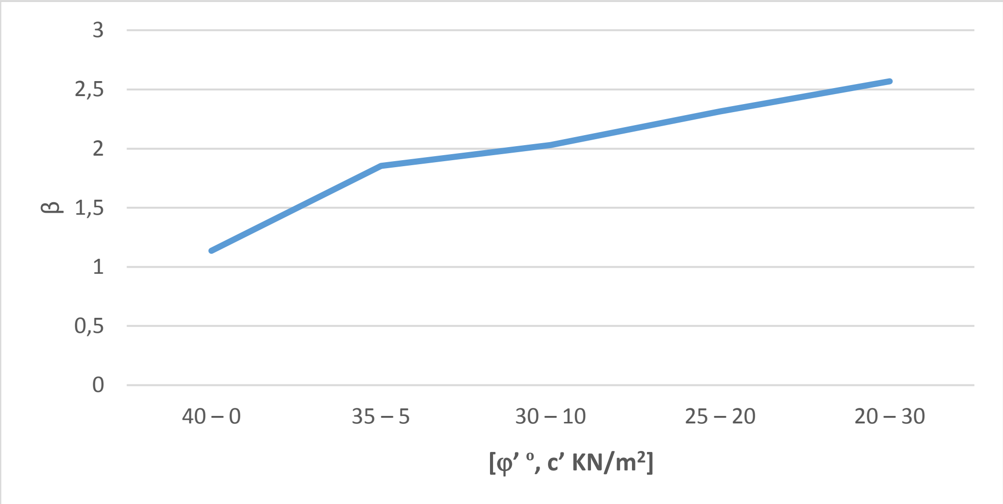
1.8.8 Modèle stochastique

[φ'-c']	40 – 0	35 – 5	30 – 10	25 – 20	20 – 30
β	1.135	1.854	2.029	2.314	2.57
Pf	$9.83.10^{-1}$	$3.18.\ 10^{-2}$	$2.12.\ 10\text{-}^{2}$	$1.034.\ 10^{-2}$	$4.97.\ 10\text{-}^{3}$

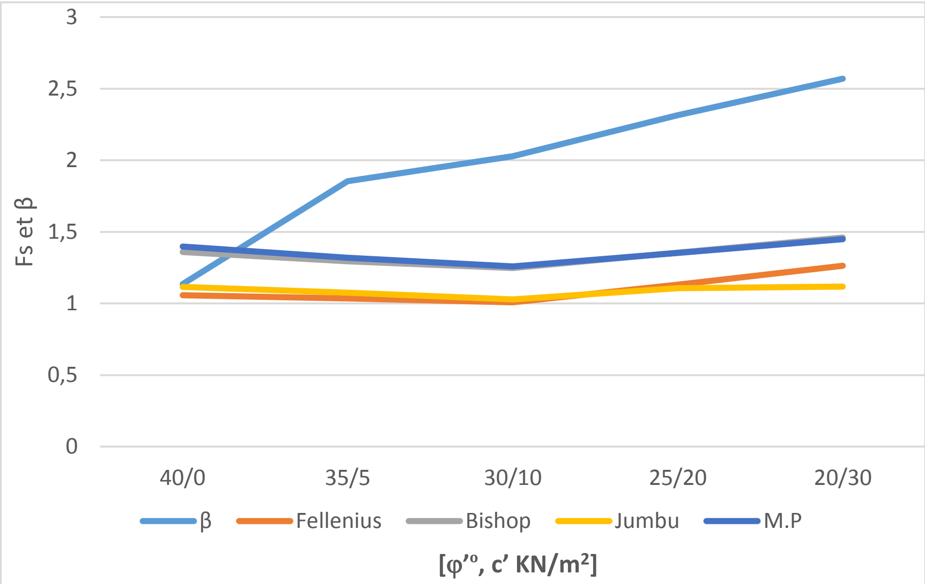
Tableau 5.20 : Variation de β et P_f en fonction de (φ'-c').



Courbe 5.16 : Variation de P_f en fonction de [φ'-c']



Courbe 5.17 : Variation de β en fonction de (φ'-c')



Courbe 5.18 : Variation de Fs et β en fonction de [φ'-c']

1.8.9 Discussion

Les valeurs de β se sont avérées plus petites que celles du modèle précédent pour les premiers couples de (φ', c') mais elles croient progressivement en fonction de la cohésion du sol. Les valeurs de Pf sont en parfaite adéquation avec les β.

La progression ou la croissance des valeurs de β n'a pas été confirmé par les valeurs de Fs, car la valeur minimale de Fs et de de β n'ont pas été obtenus pour le même couple(φ'-c').

1.9. Interprétation générale :

En réalité les problèmes de glissement ou d'instabilité des sols dépendent de beaucoup de paramètres à savoir les paramètres physiques, chimiques, mécanique, pente, dimensions, formes et mode de chargement, ce qui nous emmène à un problème complexe.
Pour essayer de le résoudre, nous avons fait un choix des paramètres variables tels que la surcharge, les caractéristiques intrinsèques, et la forme géométrique des solides obtenus après les différents découpages adoptés et des paramètres fixes à savoir le poids volumique du sol, la forme géométrique des solides etc……

- Pour le mécanisme à un seul et unique solide (modèle 1), on voit clairement que la cohésion est l'élément dominant dans le comportement du talus. En effet pour des valeurs de la cohésion différente de 0, le talus est plus ou moins en équilibre instable dès que la cohésion devient nulle, le talus est rompu.
  Le Fs min ainsi que le β min ont été enregistré pour le couple 40/0, avec l'inclinaison Θ_1 =65°

- Pour le mécanisme à deux solides (solide 1 triangle isocèle) (modele2), le couple pris en compte pour retenir le cas limite est [q ; (φ' / c')] :(80 ;25/20) avec Θ_{2min} =26°.
  Les valeurs minimales de Fs et β ont été enregistrés pour le même couple de caractéristiques intrinsèques du sol 40/0. Donc on remarque qu'il y a une certaine concordance pour ce mécanisme.

- Pour le mécanisme à deux solides (solide 1 triangle rectangle) (modele3), le couple pris en compte pour retenir le cas limite est [q ; (φ' / c')] :(60 ;25/20) avec Θ_{2min} =27° .

Le Fs minimal obtenu par les méthodes déterministes sont ceux des couples 40/0 ; 35/5 ; 30/10, ce qui montre dans ce cas aussi le rôle déterminant de la cohésion, néanmoins et si on retient la condition d'équilibre exigée par les méthodes classiques Fs < 1.5, les valeurs des couples cités sont inférieures à 1.5 et l'équilibre limite est obtenu pour le couple 25/20.
Le β s'améliore pour le couple 25/20, sa valeur est de 4.615, tandis que on voit clairement que P_f s'améliore de 10^{-4} à 10^{-6} et la probabilité de rupture diminue. Donc on remarque qu'il y a un certain décalage entre la méthode probabiliste et déterministe pour ce mécanisme.

- Pour le mécanisme à 3 solides (modèle 4, solide 1de forme triangle isocèle) ; on a obtenu le modèle mécanique critique pour q=30KN/m^2 avec le couple 25/20 le coefficient de sécurité Fs minimal est enregistré pour le couple des caractéristiques intrinsèques 30/10 par contre l'indice de fiabilité minimal correspond au couple 35/5.
  On enregistre un décalage entre le modèle déterministe et fiabiliste.

- Pour le mécanisme à 3 solides (modèle 5, solide 1de forme triangle rectangle) ; on a obtenu le modèle mécanique critique pour q=50KN/m^{2,} avec le couple35/5, le coefficient de sécurité Fs minimal est enregistré pour le couple des caractéristiques intrinsèques 40/0 par contre l'indice de fiabilité minimal correspond au couple 25/20.
  On enregistre un décalage entre le modèle déterministe et fiabiliste.

- Pour le mécanisme à 3 solides (modèle 6, solide 1de forme triangle rectangle et solide 2 chargé) ; on a obtenu le modèle mécanique critique pour q=60KN/m^2 avec le couple 25/20, le coefficient de sécurité Fs minimal est enregistré pour les caractéristiques intrinsèques 30/10 par contre l'indice de fiabilité minimal correspond au couple 40/0.
  Donc il y a un décalage entre le modèle déterministe et le modèle fiabiliste.

Après synthèse des résultats des 3 modèles se trouvant dans les mêmes conditions cad ou l'influence de l'inclinaison du talus par rapport au sol est déterminante on considère que le modèle 2 est le plus critique avec une inclinaison de 26$^{\circ.}$
Après synthèse des résultats des modèles à 3 solides, nous retiendrons le modèle 4 comme le plus critique avec une surcharge q=30KN/m^2.

1.10. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons étudié (06) mécanismes de 6 talus à savoir 1 mécanisme à 1 seul solide, 2 mécanismes à deux solides et 3 mécanismes à 3 solides rigides.
En fixant les paramètres déterministes on a fait varier la forme géométrique des solides, ainsi que les couples de valeurs de (φ'/c') et la surcharge (q).
Les équations d'état limite déterminés en appliquant la méthode cinématique des solides rigides ont donnés le modèle critique pour chaque mécanisme ont servis pour l'étude fiabiliste en déterminant les valeurs des indices de sécurités β et des fonctions de probabilités de ruine de chaque mécanisme.
L'utilisation des méthodes classiques à travers le logiciel Géo-slope a permis de déterminer les coefficients de sécurité des différents mécanismes en fonction des paramètres mécaniques du sol.
Les valeurs de β se sont avérées concordantes parfois plus pessimistes que les valeurs de Fs, ce qui peut jouer dans le sens de la sécurité et mettre en évidence l'influence de la mobilisation de toutes les forces externes et internes du massif et justifier le nombre d'accidents survenus dans des talus de route, de remblais, après leur dimensionnement par les méthodes classiques.

CONCLUSION GENERALE :

Dans ce travail on a tenté une nouvelle approche en appliquant aux glissements des terrains la théorie du modèle cinématique des solides rigides qui reflète bien la réalité des glissements et donne des résultats réalistes.

L'application de la théorie de probabilité à la géotechnique et en particulier aux glissements des terrains qui fut tardive et rare du fait de l'importance de cette théorie s'avère plus que nécessaire vu le caractère aléatoire des paramètres physiques et mécaniques du sol en utilisant des lois de probabilité et des fonctions de distributions adéquates.

En plus et ce qui peut être intéressant c'est l'application en même temps que la théorie de la fiabilité celle des méthodes classiques pour pouvoir mettre en évidence l'intérêt de l'une ou de l'autre et comparer les résultats obtenus.

En effet une modélisation correcte des mécanismes de rupture est assurée uniquement avec la méthode cinématique comparée à d'autres méthodes classiques parce qu'elle permet d'un côté une utilisation correcte des résistances (résistance au cisaillement du sol dans les surfaces de glissement et des forces de cohésion développées aux mêmes endroits).

En fixant l'inclinaison du solide (1) selon la théorie de la poussée active, on arrive à retrouver l'inclinaison de la force de butée correspondant à la même théorie dans son état critique.

La valeur de la surcharge influe très peu sur l'état limite et la variation de l'inclinaison critique.

Les mécanismes de rupture de cette théorie évoluent en volume du sol et sont sensibles au terme de l'angle de frottement plus qu'à la cohésion dont la résistance en dépend.

L'inconvénient de la méthode est l'introduction de fonctions dont la complexité croit avec l'augmentation du nombre de solides à prendre en charges.

Les valeurs des coefficients de sécurité donnés par le logiciel « Géo-slope » concordent bien parfois avec les valeurs de l'indice de fiabilité et d'autres fois s'avèrent plus pessimistes.

La fonction de rupture varie de 10^{-1} à 10^{-8} , ce qui donne des valeurs cohérentes selon la littérature spécialisée.

Les résultats deviennent plus fiables en considérant plusieurs mécanismes de mêmes types et avec un nombre différent de solides rigides.

Un autre aspect très intéressant de notre étude, et que la théorie cinématique des solides rigides permet de simuler correctement le comportement d'un talus dont les caractéristiques géométriques sont assez petites (5m d'élévation et au plus 6m de large) ce qui ouvre des perspectives plus que rassurante quant à la qualité des résultats appliqués à des talus ou de grandes masses sont mise en mouvements.

Ces résultats permettront sûrement au futur projeteur d'optimiser les solutions à adopter dans ce genre de situation quand on sait que les coûts de revient de stabilisation d'un massif se chiffre à des centaines de milliards.

Enfin, les études ont montré que l'utilisation du concept statistique-probabiliste de sécurité dans le dimensionnement et la vérification de la stabilité des structures sont de grande importance. Il permet en comparaison du concept conventionnel de sécurité, d'un côté, une étude rationnelle et claire de la stabilité des structures et d'un autre coté une comparaison objective des différents modes de rupture d'une structure et mêmes des différentes structures à travers un niveau de sécurité invariable et homogène.

La surface obtenue correspondant à l'indice de fiabilité minimal est désignée ici par la surface probabiliste critique. L'indice de fiabilité calculé en cherchant la surface probabiliste est plus petit que celui basé sur la surface déterministe critique. L'indice de fiabilité déterminé en utilisant la surface déterministe critique fournit une valeur pour des propriétés de cisaillement du sol *normale* et non corrélée.

PERSPECTIVES

Les perspectives du travail effectué dans cette thèse qui pourront faire l'objet de futures recherches sont :

L'application de la méthode cinématique et l'analyse limite à des talus ou on fait varier le nombre et la forme des solides rigides jusqu'à dépasser le nombre 3 traité dans ce travail.

- Etudier l'influence du nombre de solide sur la détermination des cas de rupture critique.
- Etudier l'influence de la forme géométrique sur la variation des lignes de rupture critique.
- Etudier l'influence du mode de chargement sur l'état de rupture en considérant des charges concentrées, des charges inclinées etc
- Etudier l'influence de la variation des autres paramètres supposés fixes dans notre travail tels que : le pois volumique du sol, la hauteur du talus , l'inclinaison du talus et la présence de la nappe d'eau à des niveaux différents.
- Elargir l'application des méthodes fiabilistes en appliquant plusieurs approches données par la littérature spécialisée et qui conviennent au cas du sol, tout en étudiant l'influence de la corrélation, de la variance et de la covariance, de la valeur moyenne etc…

Enfin, faire toujours des comparaisons avec les méthodes classiques.

REFERENCES

[1] Bolle.A. 1988. Approche probabiliste en mécanique des sols avec prise en compte de la variabilité spatiale. Thèse n°773.Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

[2] Alfredo Hisang and Wilson H. Tang. Probability concepts in engineering planning and design.

[3] Boutahir Born Bencheikh and B.Lazhar (2022): An Attempt to Apply the Kinematic Method of Rigid Solids in the Study of Bearing Capacity of Shallow Foundations, Chapter: Research Developments in Geotechnics, Geo-Informatics, and Remote Sensing: DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-72896-0_37

[4] Bouhenniche M.A -RNGCH-2019 Probabilistic analysis of slope stability _Case studies, the national meeting of Civil Engineering and Hydraulics, SKIKDA, November 13 and 14, 2019

[5] Zohra, B. F., Lazhar, B., & Ammar, R. (2019). Proposed improvements to analytical models of anchored retaining walls. Environmental & Engineering Geoscience, 25(2), 115-126.

[6] Benamara, F. Z., Rouaiguia, A., et Boutahir, O. (2021). Dynamic stability of anchored retaining walls. Arabian Journal of Geosciences, 14(18), 1842.

[7] Ceryan, A. Kesimal, et Ceryan, S. (2018). Probabilistic analysis applied to rock slope stability: a case study from Northeast Turkey. In Integrating Disaster Science and Management (pp. 221-261). Elsevier.

[8] Ourrad, S., Houmadi, Y., Ziadi, A. K., Mamoune, S. M. A., & Lousdad, A. (2019). Probabilistic analysis for estimating the hydrogen desorption time from steel wire rods using Monte Carlo simulation.

[9] Eryilmaz, S., Bulanık, İ., & Devrim, Y. (2021). Reliability based modeling of hybrid solar/wind power system for long-term performance assessment. Reliability Engineering & System Safety, 209, 107478.

[10] Culmann, (1866) A generation of coulomb's theory to calculate active and passive thrust in soils. Rev.Française Geotech n 50, pp39-59 Janvier 90.

[11] Hill, (1948): research Gate, https: WWW.researchgate. net.

[12] Drucker, D.C et Prager (1952): Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design Quart, Appl. Math, 1952.

[13] Jean Pierre Magnan et Philipe Mestat : Lois de comportement et modélisation des sols. Technique de l'ingénieur C218.

[14] Duncan J.M, 2000.Factors of safety and rehabilitee in geotechnical.

[15] Chen W. F and X. Luu 1990. Limit Analysis and soil Plasticity, Elsevier (1975).

[16] Lee Abrahamson, Thomas. Lee, Sunil Sharma, Glenn.M. Boyce: Slope stability and stabilization Methods (chapitre6): Second edition.2002.

[17] Lemaire, M. (2007). *Structural Reliability*. Hermès, Lavoisier, Paris, 480p.

[18] Phellenius.w, Bishop, A.w, M.A, PH. D : fr.m.wikipedia.org

[19] Taylor, Research gate: https://www.researchgate.net.

[20] Fiabilité des matériaux et des structures : 2eme Conférence Nationale JN-FIAB'98'(HERMS).

[21] Salençon J : Calcul à la rupture et Analyse limite : Presse de l'ENPC, Paris.1983.

[22] Belabed.L 1995, Standsicherheitsuntersuchung zweifach verankerter stutzwande mit der kinematischen starrkorpermethod, Geotechnik 19: 171-174. Introduction du nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité dans le génie civil. Département de génie civil univérsité de Guelma.

[23] Magnan, J.P.et Baghery, S : Statistiques et probabilités en mécanique des sols, Etat des connaissances. Laboratoire central des ponts et chaussée1982.

[24] Belabed.L: Overall stability of anchored walls with the pobabilistic method, edited by Noria yagi, Echine university, Japan1999.

[25] Frendenthal, A.M. (1956), Safety and the probability of structural Failure trans. ASCE 121 pp 1337-1397.

[26] Meyerhof, (1969); Safety Factors in Soil Mechanics, Spec, Session 7th ICSMFE, Mexico 1969, Vol.3, pp 479-481.

[27] Meyerhof, (1970); Safety Factors in Soil Mechanics, Can Geot. Journal, Vol.7, n°= 4.

[28] Shultz, (1977), The Probabilistic Approach to Soil Mechanics Design, Spec, Session 6, 9th, ICSMFE, Tokyo.

[29] Langejan (1965), Some Aspects of the safety factor in soil mechanics, considered as a problem of probability, 6 th ICSMFE, Montreal, Sept.1985, Vol 2 pp 500-502.

[30] Wu et Al, (1967), The Probability of Foundation Safety, Journal of soil mechanics. And Found.DIV, ASCE, Sept.

[31] Biarez et Al, The probabilistic approach to soil mechanics Design: Statistical Estimation and Extrapolation from observation, sept, Session 6, 9th ICSMFE Tokyo.

[32] Athanasiou-Grivas (1977), D, HARR, M, E. reliability with respect to Bearing Capacity Failures on Ground, 9 th ICSMFE, Tokyo 1977, Sept. Session 6.

[33] Lumb,P, (1966), The variability of Natural Soils, Can. Geot Journal, Vol 3, n° 2.

[34] Lumb, P, (1970), Safety Factors and the Probability Distribution of soil Strength, Can. Geot Journal, Vol 7, n°3.

[35] Lumb, P, (1971), Pression and accuracy of soil Tests,1st Int. Conf. On App.of stat. and Prob. To soils and struct, eng, Hong Kong.

[36] Hooper et Al; (1966), Some Numerical Results Concerning the Shear Strength of London Clay, Geotechnique Vol 16.

[37] Shultz, E. (1975 a), Some aspects concerning the application of statistics and probability to Foundation Structures, 2 nd Inter. Conf. on applications of statistics and probability in soil and structural Engineering, Aachen, Sept. 1975, pp 457-494.

[38] Shultz, E, (1975 b), The General significance of statistics for the civil engineer, 2nd Inter. Conf. On application of statistics and probability in soil and structural engineering, Aachen, sept. pp.23-38.

[39] Matsuo, M, (1975), Uncertainties and decision in design of embankment, 2nd Int.Conf." Applications of statistics in design and probability in soil and structural".

[40] Mitchell, J.K. (1978), Cone resistance as measure of sand strength, Journal of Geot.Div. ASCE, July.

[41] Mcguffrey, V, (1982), Conventional and probabilistic Embankment design, Journal of geot. Div, ASCE, Oct.

[42] Terence Lo, (1984), Statistical characterizations of Indian soil properties, Proc, ASCE, Atlanta, May 17.

[43] Briaud, J-L, (1984), Coefficient of variation in situ test results in sands, Proc.ASCE, Atlanta, May17.

[44] Ejezie, S.U, (1984), Probabilistic characterization of Nigerian soils, Proc. ASCE,Atlanta, May 17

[45] Chang, C.S (1985), Uncertainty of one-dimensional consolidation analysis, journal of geot.Div. ASCE, Dec.

[46] Vanmarke, E.H. Probabilistic modelling of soil profiles journal of the geotechnical engineering Division ASCE 1977.

[47] Tang, W.H, (1979), Probabilistic evaluation of penetration resistances, Journal of Geot. Div. ASCE, Oct.

[48] Favre, M, (1983), Etude géostatique du noyau du barrage LG3-Complexe de la baie James, Séminaire sur les méthodes probabilistes en géotechnique, E.P.F. Lausanne, 7 et 8 Mars.

[49] Chowdhury, R. N, (1982), Probabilistic Model of progressive failure of slopes, journal of Geot. Eng. Div, ASCE.June.

[50] Youssef Abdel Massih, D., Soubra A.-H., et El-Hachem, E. (2007a). "Slope stability analysis in seismic areas by a reliability approach". *4th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering (4ICEGE)*, Thessaloniki, Greece, 25-28 June, 12 pages, Accepted.

[51] Youssef Abdel Massih, D., Soubra, A.-H. et Low, B.K. (2007b). "Reliability based analysis and design of strip foundations." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering*, *ASCE*, corrections mineures

[52] Rosenblueth, E. (1987), What shoud we do with structural reliabilities, ICASP5, Vancouver, May 25-26, pp.24-34.

[53] Hasofer, A.M, Lind, N.C, (1974), Exact and Invariant second-moment code format, Journal of Eng. Mech. Div. ASCE, Vol,100, n° EM1, Feb.

[54] Melchers, (1999), Methodology for assessing the probabilistic condition of an asset based, Book: structural reliability analysis and prediction. Third edition

[55] Belabed.L: Introductiondu nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité dans la Géotechnique.

[56] Dahia. Y.A 2005. Analyse de la stabilité et dimensionnement des fondations superficielles filantes par une approche fiabiliste. XXIIIéme Rencontres de Génie civil 2005.

[57] Calcul *géotechnique*. Eurocode 7. XP ENV 1997-1.

[58] Houy, L., Breysse, D. et Denis, A. (2005). "Influence of soil heterogeneity on load redistribution and settlement of a hyperstatic three-support frame." *Géotechnique*, 55(2), 95-108.

[59] Low, B.K., et Einstein, H.H. (1991). "Simplified reliability analysis for wedge mechanisms in rock slopes." *Landslides, Bell (ed.)*, Balkema, 499-507.

[60] Low, B.K., et Tang, W.H. (1997). "Reliability analysis of reinforced embankments on soft ground." *Canadian Geotechnical Journal*, 34, 672-685.

[61] Geo-*Denver 2007*, Foundations resting on a spatially random soil"., *ASCE*, Denver 18-21 February, 10 pages. Student paper competition.

[62] Zeroual Dadouche F., L. Belabed, A. Zennir Probability stability of banks toward the sliding International Review of Mechanical Engineering (IREM). Vol 3 n°1 January 2009.

[64] Benjamin, J.R et Cornell, C, A (1970). Probability statistics and Decision for civil engineers Mcgraw-Hill.